STATICA DEGLI EDIFICJ

DI

VINCENZO LAMBERTI

INGEGNERE NAPOLETANO

In cui si espongono i precetti Teorici pratici, che si debbono osservar nella costruzion degli Edificj per la durata di essi.

DEDICATA

A S. E.

IL SIGNOR

D. GIUSEPPE BECCADELLI

DI BOLOGNA

Marchese della Sambuca, de' Principi di Camporeale, Marchese di Altavilla &c.

Cavaliere dell' Insigne Reale Ordine di S. Gennaro, Gentiluomo di Camera con esercizio di S. M., Consigliere, e Primo Segretario di Stato, di Casa Reale, ed affari esteri, e Sopraintendente Generale delle Regie Poste.

IN NAPOLI MDCCLXXXI.

Presso Giuseppe Campo.

Con Licenza de' Superiori.

ECCELLENTISSIMO SIGNORE.

Er due principali ragioni ho ſtimato mio preciſo dovere di offerire, e conſecrare al merito grande di V. E. queſta mia Opera, e qualunque ſia letteraria fatica. Ella è quel Saggio Miniſtro, a cui, e per titolo di ſangue, e per le rare ſue virtù, e come imitator del glorioſo ſuo Antenato il celebre Panormita, ha troppo giuſtamente l'Auguſto Monarca delle Sicilie affidata la Sovrana ſua Ragione, e la direzion di queſti fortunati Regni. Io ſon quegli, che mi trovo fatto partecipe delle Grazie di V. E., e dell' impegno,

a 2 che

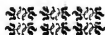
che ha d'ingrandir la Repubblica delle Lettere, avendo avuta la sorte di essere ascritto nel Ruolo de' Socj di prima Classe della Reale Accademia delle Scienze, instituita dall' immisurabile Munificenza del Nostro Gran Re FERDINANDO IV., e da V. E. lodevolmente promossa. Trattasi in questa Opera una materia nuova, e desiderata, la quale si è la *Statica degli Edificj*, onde a V. E. n'è dovuta l'offerta, sebbene improporzionata, come Promotor de' vantaggi dello Stato, e per lo di cui autorevol mezzo posson giovare al medesimo quelle nuove scoperte, che mi lusingo di aver fatte debolmente in questa materia. All' E. V. poi è anche dovuta per titolo di riconoscenza dall' Accademico Autore, il quale ha creduto di non trovar miglior Protettore alla sua Opera, per non esser disspregiata, ma letta anzi con istudiata pazienza dal Pubblico, comparendo alla luce fregiata del rispettabilissimo Nome del moderno virtuoso Panormita. Dalla benigna accoglienza di V. E. ne risulterà un più sicuro profitto al Pubblico, e maggiore onore a chi con ossequiosa stima si pregia di essere

Napoli 30. Luglio 1781.

Di Vostra Eccellenza.

Umiliss., ed Obbligatiss. Servidor vero.
Vincenzo Lamberti.

U. J. DOCTORIS NEAPOLITANI

CAJETANI CANGIANO.

EPIGRAMMA.

Omnia tempus edax vincit ; quaſſata ruinis
Undique conſpicimus maxima regna ſuis :
Unus habet Nilus laudis monumenta vetuſtæ ;
Ornabant ejus rudera lecta Tibrim :
Scilicet edoctus jampridem pervigil , ævi
Qui ſtructum ex aliqua parte triumphet opus .
Iſtius profert elementa , Neapolis , artis ,
Venit ab emerito qui tibi cive liber :
Perlege , lecta tene ; ſic , ut modo pulchra vocaris ,
Pulchrior arte nova facta , perennis eris .

DEL DOTTOR GIOSUE' DE SANCTIS NAPOLETANO.

SONETTO.

SE a Pizio, ad Agatarco, o a Teofrafto,
Che 'l Dorico, l' Jonico, ed il Corinto
Ordin dettaro in Grecia sì diftinto,
Che porge anche tra noi gran bafe al fafto,

Foffe conceffo ad ammirare il vafto
Ingegno tuo, ch' in fimil fcienza ha vinto
Ogni altro, che felice a ciò fi è accinto,
Nè di giugnere al fommo unqua è rimafto:

Direbbero a Fufizio, ed a Varrone,
Ad Epafroi, Rufo, e Apollodoro,
E all' Italo Vitruvio Pollione:

E' ftato già tra voi chi l' oftro, e l' oro
Trovò di noftra fcienza: al paragone
Cediamli il noftro vanto, e 'l noftro alloro.

DEL

DEL DOTTOR COLOMBANO CAPPELLI

NAPOLETANO.

Tra gli Arcadi Florisbo Spartense.

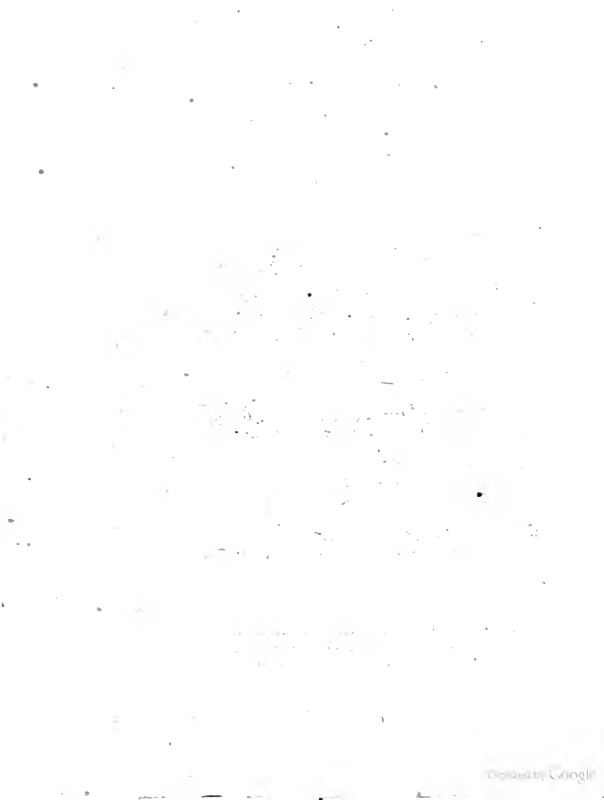
SONETTO.

QUesta, che nata ad abbellir Tua vita,
OPRA è degna di Te: nè Tu vedrai,
Che, ad onta del sudor, venga Essa mai
Inutile stimata, e un dì schernita;

Se in ogni carta la RAGIONE addita
Del VER, che svela, e può vantare assai
Pregio di Novità, di cui ben hai
Colme l'Idee, la Mente tua fornita.

Sotto l'Ombra propizia ancor riposa
D'UN (*), che le Scienze radunò tra noi:
Nè del saper volle la gloria ascosa.

Decorata così, deh Tu giocondo
Sempre dell'OPRA Tua pregiar ti puoi,
E sperar grati i Cittadini, il Mondo.

(*) Si allude a S.E. il Marchese della Sambuca, per essere stato il promotor dell' Accademia delle S. e B. L.

PREFAZIONE.

FRa tutte le ſcienze merita particolar lode l' Architettura, per eſſere ſtata la conſervazione, e l'aſilo al riposo dell' uomo, il principio della Società, la diviſion delle Popolazioni, e 'l di loro faſto, e pompa, il decoro della Religione, e 'l mantenimento dell' uman vivere. E' l' Architettura una ſcienza di concepir nell' animo la forma di un edificio, e ſecondo quella coſtruirlo: a tre fini è diretta una tale ſcienza, alla commodità, alla venuſtà, ed alla vetuſtà. Il primo ha per obbietto la diſpoſizione, e 'l ripartimento, per l'utile, ed uſo, cui ſarà deſtinato (a); il ſecondo ha per iſcopo la proporzione (b); ed il terzo finalmente riguarda la ſtabilità (c). Gli edificj ſi diſtinguono in profani, e ſacri: quelli ebbero origine da' primi uomini per ripararſi dalla incoſtanza de' tempi; e queſti da Salomone Rè

 degli

(a) *Vitruv. lib. 1. Cap. 3. utilitatis eſt ratio emendata, & ſine impeditione uſu locorum diſpoſitio, & ad regiones ſui cujuſque generis apta, & commoda diſtributio.*

(b) *Vitruv. lib. 6. Cap. 2. nulla Architecto major curæ eſſe debet niſi uti proportionibus.*

(c) *Vitruv. lib. 1. Cap. 3. firmitatis habita erit ratio, cum fuerit fundamentorum ad ſolidum depreſſio, & ex quòque materia copiarum ſine avaritia diligens electio.*

degli Ebrei. In quanto a' primi l'abbiam da Enoch figlio di Caino secondo uomo, il quale fu il primo, ch' edificò una Città, e le pose nome Enochia *(a)*; se ne dimostra la ragion dal P. S. Agostino nel trattato della Città di Dio lib. XV. Cap. VIII., come si potè fabbricare una Città per lo numero degli uomini, che nelle Sacre Carte si descrivono. Sicchè dalla creazion del Mondo abbiam l' uso delle fabbriche, e poco dopo l'arte di polire il ferro, e'l rame, e ridurli all' uso della Società *(b)*. Propagandosi in que' primitivi tempi il genere umano sulla terra, si dovettero anche moltiplicar le Città, ed acquistar perciò altre cognizioni sull' arte del fabbricare, che poi per la iniquità degli uomini *(c)* col diluvio 1656. anni dalla creazione *(d)* fu il tutto disfatto, ed annientato. Risorse con maggior fasto, e pompa l' arte del fabbricar ne' tre figli di Noè, che furon Sem, Cam, e Japhet; questi edificaron la celebre Torre di Babelle, e la Città di Babilonia *(e)*, dopo cento anni dal diluvio, che al riferir del P. Petavio *(f)*, giusta il suo calcolo

(a) *Gen. Cap. IV. vers. 17. Cognovit autem Cain uxorem suam, quæ concepit, & peperit Henoch: & ædificavit Civitatem, vocavitque nomen ejus ex nomine filii sui, Henoch.*

(b) *Gen. Cap. IV. 22.*

(c) *Gen. Cap. VI.*

(d) *Gen. Cap. V.*

(e) *Gen. XI. 4. Venite faciamus nobis Civitatem, & turrim cujus culmen pertingat ad Cælum, & celebremus nomen nostrum, antequam dividamur in universas terras.*

(f) *Petav. Doctrin. temp. L. 9. Cap. 14.*

colo sarebbero stati procreati in questo tempo trentadue mille settecento sessantotto maschi, da' quali poteasi una vasta, e sontuosa Città costruire. Dalla dispersion del genere umano furon popolati (*a*) tutti i luoghi della terra (*b*), e così la cognizion del fabbricare si propagò per tutte le parti del Mondo, e dalla Magnificenza de' palazzi, porte di Città, ponti, ed altro nelle celebri Città di Ninive, Atene, ed altre innumerabili, si dimostra fin dove era giunta quest' arte in un antichità sì rimota.

In rapporto poi agli edificj Sacri abbiam Salomone, il quale fu il primo, ch' edificò in onore di Dio il gran Tempio in Gerusalemme 1446. anni dal diluvio (*c*): Per la costruzion di una sì gran opera se gli diede da Dio la Sapienza (*d*), e perciò il citato tempio fu il modello delle regole di Architettura per le sue leggi, e proporzioni, come

a 2 dif-

(a) *Gen. X. 5. Ab his divisæ sunt insulæ gentium in regionibus suis, unusquisque secundum linguam suam, & familias suas in nationibus suis.*

(b) *Gen. X. 20. 31. Hi sunt filii Cham in cognationibus, & linguis, & generationibus, terrisque, & gentibus suis. . . . Isti sunt filii Sem, secundum cognationes, & linguas, & regiones in gentibus suis.*

(c) *Giuseppe lib. 8. delle antichità.*

(d) *Lib. II. Reg. Cap. V. 12. Dedit quoque Dominus sapientiam Salomoni. III. Reg. IV. 30. Et præcedebat sapientia Salomonis sapientiam omnium Orientalium, & Ægyptiorum.*

diffusamente dimostra il P. Giovan Battista Villalpando (a). In Egitto poi fu perfezionato in qualche parte la bellezza dell'Architettura, come dalla descrizion della celebre sala Egiziana (b). Questa Vastissima Città fu edificata da Cam colla sua discendenza, come abbiamo in più luoghi de' Salmi (c), dal P. S. Girolamo (d), e da Plutarco (e); essendo quella situata accosto la Palestina, come si raccoglie da Tolomeo (f), nella quale vien compresa Gerusalemme, perciò dal riferito Tempio Salomonico i popoli Egiziani ne presero le principali proporzioni, e per esser versatissimi nelle scienze (g) l'adattarono a miglior forma. Giunta l'Architettura nella Grecia, come fonte, e madre di tutte le dottrine, fu illustrata. Questa Città fu edificata, secondo il pen-

sar

(a) *Villalp. nella spiegazion di Ezechiello tom. 2. part. 2. lib. Isagogico 2. Cap. 12.*

(b) *Vitruv. lib. VI. Cap. VI.*

(c) *Psal. LXXVII. 51. CIV. 23. CV. 22, & alibi.*

(d) *D. Hieronym. quest. in Genes. pag. 1316; Septuaginta interpretes, Cham transtulerunt pro eo, quod est Ham, a quo & Ægyptus usque hodie Ægyptiorum lingua Ham dicitur.*

(e) *Plutarc. de Iside, & Osiride pag. 364.*

(f) *Tolom. geograf. descriz. dell' Egitto, e della Palestina. Procop. Gaz. ad Deuteronom. II. 23.*

(g) *Acta Apost. VII. 22. Et eruditus est Moyses omnia sapientia Ægyptiorum.*

far di alcuni Scrittori da Japhet (a); essendo questi popoli di mirabile ingegno rischiararono, e perfezionaron le scienze, e le facoltà, come ne fan testimonianza tanti componimenti di prestantissimi Filosofi, Medici, Mattematici, ed altri, la memoria de' quali oggi osserviamo. Tre provincie di essa ne distinsero tre differenti ordini, e ne presero da esse le dominazioni di Dorico, Jonico, e Corinto, e così si sparsero nell'Italia, e nelle altre parti del Mondo: i primi, che scrissero in que' tempi su di questa facoltà, furono Agatarco Ateniese, Democrito, e Teofrasto. Dal primo modello Gerosolimitano adunque abbiam l'origine di una tale scienza, divisa poi da' Popoli Greci in tre ordini diversi, ed adattati da' medesimi, secondo la di loro altezza, a Tempiali edificj: giacchè il primo essendo di maggior grossezza relativamente alle altezze, era stimato robusto, e di esso si costruivono i Tempj, dedicati alle Deità di questo attributo; e così degli altri due a proporzion della diloro delicatezza (b): Pitio Architetto fu il primo, ch'edificò il tempio

(a) *Hesychius, & Suida in voce* Japetus. *Aristoph. in Nub. Act. 3. Scen. 3. Lucianus in Dialog. cupidinis sub init. Tunc puer, o Cupido, qui es* Japeto *longe vetustior*.

(b) *Filandro: Nam cum Deorum triplex ratio habita esset, fortium, delicatorum, & Mediorum; fortibus ut Marti, Herculi, Minervæ; Doricæ severioris structuræ constitutæ sunt. Delicatioribus, ut Veneri, Proserpinæ, Floræ; Corinthio genere propter teneritatem operis factæ sunt. Mediis,*

pio di Minerva in Priene *(a)* una delle dodici Città principali nella Jonia *(b)*. Fu la Grecia soggiogata da' Romani l'anno 562. dalla fondazion di Roma, e 2159. dal diluvio, e così i tre ordini di Architettura passarono in Roma, nella quale vi era un'altro ordine, che si denominò poi da essi Antico, per la riferita introduzione, ed ora chiamato *Toscano* per l'acquisto, che fecero i Romani di una tale provincia l'anno 389. dalla fondazione *(c)*. M. Scauro fu il primo, che trasportò in Roma trecento sessanta Colonne di marmo a formar la scena del Teatro per la celebrazion de' giuochi *(d)*, e ciò accadde l'anno 694. dalla fondazione, e Mamurra Cavalier Romano fu anche il primo, che coprì le mura di sua Casa con croste di marmo *(e)*. A quanto giunse il fasto dell'Architettura presso i Romani, i quali ne formarono il quinto Ordine col nome di Composito, o sia Romano, e di quanto s'illustrò col progresso del tempo, lo dichiarano quegli ultimi avanzi di Edificj, che al presente si osservano. Scrissero in quei tempi su dell'Architettura

---

diis, ut Junoni, Dianæ, Bacco; constructæ sunt Jonicæ, quod id genus ædes temperate sunt, ideft, nec usquequaque gracili, floridaque sint structura, nec rursus severa.

(a) *Pollid. Virg. lib. 3. Cap. 9. de inventoribus rer.*
(b) *Ovid. 6. Fastorum.*
(c) *Liv. VII. 2.*
(d) *Plin. lib. 3. della Storia Naturale.*
(e) *Pollid. Virg. de invent. rer. Lib. 3. Cap. 8.*

tura Fusizio Terenzio Varrone, Pubbliò Settimio Rufo, ed Epafrodio; l'ultimo pervenuto a noi fu Marco Vitruvio Pollione, il quale fiorì nel tempo di Ottaviano Augusto, epoca nella quale nacque il nostro Redentore; in questa si numeravano in Roma, come riferisce Vegezio Flavio, settecento Architetti.

In Roma poi l'Architettura fiorì sotto Augusto, decadde sotto Tiberio, lussureggiò sotto Nerone, e nel tempo di Trajano, circa l'anno 119. della umana salute, fiorì Apollodoro Severo celebre Architetto, il quale si acquistò la sua grazia per avere eretta la Colonna Trajana, che al presente vedesi nel luogo, denominato piazza Colonna. Da questo tempo incominciò a declinare, ed abbenchè Alessandro Severo, che principiò a regnar nell'anno 224. della redenzione, la sostenesse in qualche parte, pure restò estinta coll'Impero Romano, e così giacque per undeci secoli. Poichè nell'anno 330. della redenzione regnando Costantino in Roma si risolse di tornare a fabbricar la Città di Bisanzio nella Tracia, per togliersi dal luogo della sede de' Vicarj di Cristo, e volendola chiamar nuova Roma, l'adornò di edificj, di ricchezze, e di privilegj più di ogn'altra Città del Mondo. Dice S. Girolamo nell'addizione ad Eusebio, ch'egli l'arricchì, e l'adornò, togliendo da Roma il più singolare, e specioso. Perciocchè tutte le cose notabili, ch'erano in Roma di statue, Colonne, Colossi, ed altre cose maravigliose di marmo, e di metallo,

tallo, egli le fece togliere, e portare in quella Città; alla quale quantunque posto l'avesse il nome di nuova Roma, le rimase il nome di Costantinopoli, preso dal suo medesimo. Sicchè dunque l'Architettura ritornò nella Grecia sotto Costantino, ma adornata da' Romani di sode, e proporzionate parti, in dove fu allettata con deboli, ed effeminati ornamenti per costume di quei luoghi, e così corrotta giunse di nuovo in Roma. Avendo i Goti, e' Vandali infestata l'Italia, e Roma, suppressero questi la vera Architettura, ed introdussero la Gotica, questa signoreggiò fino al quintodecimo secolo, indi dagl' Italiani si raccolsero dagli diruti edificj, che vi erano in Roma le regole, e proporzioni della vera Architettura. Quello, che merita particolar lode, e che primo ristaurò la rilasciata Architettura, fu Donato Bramanzio da Urbino, il quale morì nel 1514. e scrisse molti libri rimasti inediti. Succedette a questo Leon Battista Alberti Fiorentino, il quale produsse in idioma latino diece libri di Architettura. Indi venne Sebastiano Serlio, il quale fiorì nel 1545, e scrisse sette libri, cinque de' quali trattano degli ordini, seguendo le orme di Vitruvio. Nel 1575. Andrea Palladio raccolse in quattro libri le particolari regole dell' Architettura; a questo fu successore Vincenzo Scamozzi, e finalmente è degno di lode Jacopo Barozzio da Vignola, per le regole raccolte de' cinque ordini.

Data una idea generale dell' origine, progressione, e delle varie temporanee decadenze dell' Architettura, e data una cro-

cronologica serie de' primi, che ne hanno esposti i precetti delle proporzioni, e commodità, che debbe aver tanto l'edificio sacro, quanto il privato, esaminiamo ora i fini, pe' quali è stata inventata questa scienza. Si disse, che l'Architetto badar dee nel costruir gli edificj alla commodità, alla proporzione, ed alla stabilità; delle due prime parti fin da Agatarco, che fu il primo scrittore, se n'esposero le regole, le istruzioni, e le teorie, e così han seguitato tutti gli altri scrittori fino a' tempi presenti, per cui si sono avanzate ad un sublime grado, come lo dimostran tanti edificj nommen sacri, che profani, sparsi per tutte le popolazioni. Quanto si sono ingrandite queste due parti dell'Architettura, tanto è rimasta minorata la terza, che riguarda la stabilità. Quantunque la stabilità ha la mira alla perpetuità dell'edificio, pertuttavia quella ha una intrinseca connession colla proporzione; poichè trattandosi in questa parte dell'equilibrio de' componenti di un edificio, e perciò di dar sempre una reazione eguale all'azione, se un tal precetto non si osservi nella seconda parte dell'Architettura, ne avviene la sproporzione. Spesse volte si veggono in alcuni edificj de' pilastri, o colonne, che debbon reggere archi, o volte di maggiori azioni di quelle, che potrebbero soffrire, per cui gli Architetti s'ingegnono di munirle con catene di ferro, acciò non vengono i pilastri, o colonne superate da tali sforzi: ed essendo la invenzion del pilastro, o colonna, per sostenere, e non potendo in questi casi esser di ostacolo

b a ta-

a tali azioni, ne risulta, che queste saranno sproporzionate con quelle parti. Essendosi dunque tutti i scrittori affaticati ad illustrar questa facoltà nelle due delle tre parti, che quella contiene, cioè la commodità, e la bellezza, la terza poi, ch'è la fermezza, è stata allo intutto trascurata. Da noi si è intrapreso di formare un trattato compiuto su della Statica degli Edificj, il quale sia teorico, e pratico, a norma de' metodi, tenuti negli altri nostri editi trattati. Alla voltimetria retta, uscita alla luce nell'anno 1773, che fu cortesemente ricevuta per l'uso, che se ne fa, e per li giudizj dati dalle due celebri Accademie di Firenze, e Roma, i quali da noi quì appresso fedelmente si trascrivono, averebbe dovuto susseguir la voltimetria Scalena, la quale è perfezionata; purtuttavia si è stimato pubblicare dopo la voltimetria retta la statica delle medesime volte, trattate in essa, e dopo quella scalena, se ne tratterà l'equilibrio di essa.

Il presente trattato è diviso in due libri, nel primo si analizano i componenti della fabbrica, e nel secondo si espongon le teorie de' sforzi di qualunque volta contro i piedi dritti, ove poggiano, dalle quali teorie se ne deducon le pratiche semplicissime per trovar le grossezze di essi, acciò non si faccian troppo deboli a non poter reggere le parti dell'edificio, nè si faccian di una inutile grossezza, che tende ad un gravoso dispendio dell'edificante. Il primo libro è diviso in sei Capitoli, ed il secondo in diece, ne' quali si sono esposti tutti quegli effetti di reazioni, che si han potuto

immaa-

immaginare. In quello, oltre di essersi esaminati particolarmente i componenti dell'edificio, m' anche gli effetti della di loro unione, si è in ultimo data la regola certa di assicurar gli edificj nelle di loro pedamenta. Nel secondo poi si sono esaminati i componenti in riguardo alla di loro resistenza, e perciò dalle regole generali teoriche si è dovuto discendere a consultar coll' esperienze, per l' applicazion delle teorie. Venendo tali componenti, preparati nelle viscere della terra, saran di natura eterogenea, e perciò nell' esperienze eseguite in determinar la resistenza di un dato corpo, se n'è presa una media resistenza tra la massima, e minima, che in picciola parte differivano; Nella fine di questo secondo libro si sono esposte le origini delle lesioni, come conseguenze di tutto il trattato. Il presente trattato in riguardo alle teorie è generale, adattato nella pratica in que' componenti, che si trovan nelle vicinanze di questa Metropoli, questo si farà particolare in tutti gli altri luoghi del Mondo, con eseguir de' materiali le medesime esperienze, esposte nell' Avvert. I. Teor. V. Cap. III. lib. II.

Unito alla Voltimetria Scalena andrà una collezion di alcuni problemi idrodinamici, i quali condurranno all' uso pratico nel maneggio dell' acqua, applicata come forza motrice alle macchine, ed in essi si vedran risoluti i più astrusi problemi in rapporto al giornaliero uso pratico, che formerà la Statica delle macchine idrauliche: ed in essa vi sarà compresa ancora una dissertazione intorno alla costruzion de' Teatri per lo godimento della veduta, e dell' udito. Indi susseguirà

l'altra parte della Statica degli edificj, nella quale si tratterà lo sforzo delle volte scalene; si esaminerà la spinta de' terrapieni, la forza dell'acqua contro i pareti, per le fabbriche, che si formano in costruir ponti, aquedotti, pescaje, ed altro, ed in fine le azioni delle contignazioni, e delle tessiture de' tetti con analizar tutti i legni.

In questi trattati abbiam voluto seguir la massima, dettata qualche volta dalla prudenza piuttosto, che dal precetto della professione, collo scriver per tutti, e perciò si sono adoprati termini di commune intelligenza, discostandoci dall'avvertimento del Poeta latino Orazio lib. 1. Sat. 10. v. 73. 74.

... neque te ut miretur turba labores.
Contentus paucis lectoribus...

Dalla quale massima si deduce, che la prudenza dello Scrittore debba regolarsi a proporzion dell'uso della materia, su della quale si compone; ed essendo questa scientifica pratica, dee tendere alla intelligenza pratica, affinchè la scrittura sia commune a tutti. Perciò da noi si sono adroprati termini fabbrili, usati nella Padria, per renderci facili sì a pratici, che agli scientifici Architetti, e' ci siam discostati da' termini rigorosi mattematici, giacchè la intelligenza di questi alla degradazion gli riesce facile, ma non il contrario accade a pratici. Altro non desideriamo dal pubblico, che solamente consideri essere stata la nostra fatica un genio di giovarlo per avere appreso da Seneca.

Studiorum salutarium, etiam citra effectum, laudanda tractatio est.

GIU-

GIUDIZIO

Nella continuazione delle novelle letterarie di Firenze 21. Gennajo 1774.

Num. 3.

NAPOLI.

IL giovane Architetto Autore di questo libro dimostra un vero possesso delle Matematiche, in cui si vanta discepolo del celebre Matematico D. *Vito Caravelli*; onde à potuto arricchire quella parte di Architettura, che abbraccia la misura, e la generazione di più specie di volte, con evidenti, e chiare dimostrazioni. Per ora egli à trattato solamente delle volte rette, cioè di quelle che sono situate orizzontalmente sopra la superficie terrestre; promette poi un altro libro di *Voltimetria Scalena*, cioè di quelle volte, che son situate obliguamente. Egli intende parlare di qualunque forma di volte, le di cui denominazioni, secondo il suo linguaggio, sono le appresso. *Volta a Botte*, *volta poliedrica*, *a Gavetta*, *o a schifo*, *a vela*, *a Crociera*, *a lunetta*, *a Cupola*, *a mezza Scodella*, e finalmente *Fescine*, che son quelle fabbriche a lunetta, che son framischiate tra gli archi, che sostengono la Cupola: Egli à divisa l' opera in Capitoli, in ciascun de' quali si trova la teoria della superficie, e delle varie specie della formazione. In fine poi di ogni Capitolo viene esposta brevemente la pratica per trovar la superficie, e la solidità di quella. Quest' opera adunque merita di esser ben ricevuta tanto dai Professori, che son forniti de' principj della Mattematica, quanto da quelli, che ne son privi. Quantunque altri Italiani abbiano scritto di questa materia, e specialmente il nostro *Vitruvio* Fiorentino, *Leon Battista Alberti*, non ostante è quì da considerarsi la novità, e la facilità del metodo, come anche l' uso, a cui principalmen-

mente è destinato il libro, cioè per apprezzare le volte esattissimamente nel loro peso, nella loro solidità, e nella quantità dei materiali impiegativi, e l' Autore vi è benissimo riuscito.

GIUDIZIO

Nel Capitolo delle Effemeridi Letterarie di Roma in data de' 5. Febraro 1774.

NAPOLI.

MOlti dotti uomini nelle matematiche scienze si sono applicati a dar fuori un trattato di Voltimetria, o sia misura delle volte, considerando di quanta necessità egli sia, sì per sapere di che peso siano le volte, che coprono gli edificj; per dargli quella grossezza ne' piedi dritti, che possa resistere alli continui sforzi di esse; sì per conoscere di quanti materiali ella vien composta; come ancora per evitare le involontarie frodi, che giornalmente si fanno, o al Padrone, o al Fabbro, essendovi leggi di doverle apprezzare a proporzione della loro solidità; Ma in vano hanno impiegate le loro fatighe, ed hanno consumato il tempo. Per volta s' intende quella coperta di stanze, o altri edifizj fatta di muraglia. Tre sorte di Volta vi erano, e si chiamavano dagli antichi *Testudo*, *Fornix*, & *Concha*. *Testudo* era una volta a forma di Emisfero, che copriva un Edificio rotondo, la etimologia di una tal parola Varrone la fa venire *a testa*, *quod testa tectum*: E Nonio dice *Testudines sunt loca in ædificiis camerata ad similitudinem aquatilium testudinum, quæ duris tergoribus sunt, & incurvis*, e Virgilio:

Tum foribus Divæ media testudine templi.

For-

Fornix, era una Volta femicilindrica, e copriva con la fua cavità un edificio lungo, vien detta *Fornix a forando*. Ed alla fine *Concha*, era una volta, la quale formava una quarta parte della sfera, e copriva gli Edificj femicircolari. Effendo ne' tempi prefenti avanzate le idee, e le invenzioni, fi fono crefciute le forme delle Volte a proporzione delle figure delle piante degli edificj, fopra delle quali vengono formate, e le denominazioni di effe fono le feguenti. *Volta a botte*, ch'è quella ifteffa, che dagli antichi veniva detta *Fornix*; *Volta poliedrica*, la quale copre un edificio di pianta poligona; *Volta a gavetta*, o fia *fchifo*, la quale copre una pianta quadrilatera; *Volta a vela* fenza reguglio, e col reguglio, copre quefta una pianta quadrilatera; *Volta a crociera col reguglio*, e fenza; *Volta a lunetta col reguglio*, *e fenza reguglio*, quefte fi formano in tutte le volte, allorchè fi devono aprir lumi nelle loro incofciature; *Volte a Cupola*, quefte coprono edificj, le piante de' quali fono di figura circolare, o ellittica; *Volta a mezze fcudelle*, è quella che copre un edificio di pianta femicircolare, o femiellittica, e finalmente *Fefcine* vengono dette quelle fabbriche a lunule, che fono framezzate tra gli archi, che foftengono la Cupola. Di tutte quefte forti di volte efpone l' Autore la generazione, e la teoria della loro folidità, e fuperficie. Egli divide la prefente opera in Capitoli, in ciafcun de' quali ha trattata la teoria della fuperficie, e delle varie fpecie della formazione. Nella fine poi di ogni Capitolo vi efpone la pratica per trovare la fuperficie, e la folidità di quella, ed è trattata in effo con fomma brevità. Sicchè ne' metodi efpofti vi fi trova la efattezza, e la brevità, cofa la quale non va fempre unita. Si avverte, che le citazioni, che fi trovano degli elementi di Geometria tutte corrifpondano all' opera latina ftampata per la gioventù dal celebre Matematico D. Vito Caravelli, le di cui opere fi fono fparfe colla fama per tutto il Mondo, e gli addottrinamenti del quale il N. A. come

me suo discepolo segue. Per la generazione di alcune Volte ha egli dovuto inventar Teorie di alcuni nuovi solidi; uno de' quali lo ha denominato Ellittoide, ed ha per proprietà, che qualunque sezione si fa in esso è Ellissi, e nella teoria di un tal solido si fa vedere come trovasi la superficie di un Cono ellittico, l'altro lo ha egli chiamato poliedro quadriforme ellittico. Questa presente Opera l'Autore l'ha scritta per li veri professori, li quali devono esser dotati di tutti i principj teorici, cioè di Geometria, Aritmetica, Algebra, Sezioni Coniche, Trigonometria, ed altro, perchè senza la cognizione di queste cose è indubitato, che non saprebbero alcuna cosa intorno alla facoltà, che professano; e perciò nemmeno intenderebbero alcuna cosa delle teorie, che egli ha scritte. Perciò ne ha formata la pratica ancora, sì ha favore di quelli che sono privi delle sudette facoltà, come per quelli che non si vogliono applicare a vederne le Teorie; della qual pratica ne ha egli formato un indice separato. In quest' Opera l'Autore ha trattato delle sole Volte rette, cioè di quelle che sono situate orizzontalmente sopra la superficie terrestre; egli spera di pubblicare un' altra Opera nommeno utile, che necessaria come questa; ed è la Voltimetria Scalena, nella quale tratterà di tutte le consimili volte, situate obbliguamente sopra la superficie terrestre, come ancora le azioni di dette volte contro i piedi dritti dove pogiano, con facile regola pratica per determinare la grossezza di essi; e finalmente tratterà delle spinte delle terre correggendo i principj dati da Monsieur de Belidor, dandoci un metodo breve, e pratico per poter formare muri a poter resistere agli urti de' terrapieni. Divisa è l'Opera in Cap. 21., e l'Autore vi si dimostra eccellente Matematico, e pratico osservatore. Riduce ogni cosa a Calcoli esattissimi, e noi in esso non altro brameremmo, che una certa maggior franchezza, e leggiadria nello esprimersi, e nel dichiarare i suoi concetti, che del resto egli ha adempiute le sue promesse, e'l trattato è compito, sodo, e da gran Maestro nell' arte.

NO-

Nozioni de' Rotti decimali per la intelligenza del preſente trattato.

QUantunque l' uſo delle frazioni decimali foſſe cognita a tutti gl' intendenti delle mattematiche ſcienze, pur tuttavia, come il preſente trattato in riguardo alla ſemplice pratica potrà incontrar que', che ſon privi delle riferite ſcienze, ed eſſendoſi adoprate in detta pratica frazioni decimali; perciò ſi è ſtimato darne le principali nozioni intorno alla natura di eſſe, e modo di operarle.

Per frazion decimale s' intende una parte della unità, la quale ſia diviſa in decine; onde il ſuo denominator ſarà la unità con egual numero di zeri delle cifre del numeratore, come ſarebbe $\frac{5}{10}$, $\frac{17}{100}$, $\frac{123}{1000}$. Da ciò ſi deduce una proprietà delle cifre delle frazioni decimali contraria a quelle de' numeri interi; poichè i zeri dopo queſte l' avanzano in decina, ed avanti ad eſſe non le fanno mutar valore; il contrario avviene alle cifre decimali, il zero alla deſtra non le fanno mutar valore, e poſto alla ſiniſtra le dimuinuiſce in decina, come ſarebbe $\frac{07}{100}$, $\frac{003}{1000}$. Eſſendo dunque i denominatori delle frazioni decimali la unità, ed un' egual numero di zeri delle cifre del numeratore, perciò ſi tralaſciano i denominatori per la diloro coſtanza, e ſi diſtinguon tali frazioni dall' interi con un punto framezzo, come le ſeguenti 23. 5; 9. 17; 1. 07. E chiaro a dimoſtrarſi, che in due frazioni di egual valore ſieno i denominatori proporzionali a' riſpettivi numeratori: da un tal principio ſi ha la maniera di ridurre un fratto ſemplice a decimale, ed un decimale ad una frazion di dato denominatore. Per aver la prima riduzione ſi aggiungono al numerator tanti zeri, quante cifre ſi deſiderano per lo valor del fratto decimale, e ſi divida per lo ſemplice denominatore; il quoziente poſto do-

po un zero, che dinota l'intero, con un punto framezzo sarà la frazion decimale di egual valore a quella semplice. Sia da ridursi $\frac{3}{4}$ a decimale, si ponga dopo il numeratore 3 due zeri, che formi 300, e dividasi per 4, il quoziente 75, pongasi dopo un zero con un punto nel mezzo, come sarebbe 0. 75, il numero 75. sarà il decimale, eguale alla frazion data, ed infatti $\frac{75}{100}$ è lo stesso di $\frac{3}{4}$. Moltiplicando poi il dato denominator per la data frazion decimale, ed il prodotto dividendosi per la espression del denominator decimale, il quoziente sarà il numerator del dato denominatore, per aver la semplice frazione, ch'è la seconda riduzione.

Ingegnosissima fu la invenzion di Simone Stevino per tali frazioni (a), *essendo facile, e breve l'uso, che si fa de' rotti in tutte le operazioni aritmetiche, e nella franchezza delle approssimazioni di essi quasi all'infinito: Poichè si adoprano, come fossero numeri interi, e soli punti saran quelli, che gli distinguono; onde in tutte le operazioni è d'avvertirsi il separarli co' riferiti punti dall'interi. Fu illustrata una tale scoverta da Tacquet* (b), *Reineau* (c), *e Volfio* (d), *i quali l'arricchiranno di dimostrazioni; e presso tali autori si potrà osservare per averne un compiuto trattato, giacchè alcune semplici, ed estratte cognizioni bastan per la intelligenza del presente nostro trattato.*

Del

(*a*) Oeuvres Mathemat. in f. p. m. 206.
(*b*) Arith. pract. lib. 1. Cap. 9.
(*c*) Science du Calcul.
(*d*) Elem. Matheseos edit. 2. Tom 1. Cap. 9.

Del Sommare.

Nel far questa operazione è d'avvertirsi solamente alla situazion delle cifre decimali, ponendole l'une sotto l'altre secondo il di lor valore, ed indi si esegue come i numeri interi semplici, secondo viene espresso nel seguente caso

130 . 125
97 . 8
19 . 05
48 . 008
95 . 207

390 . 17

Del sottrarre.

Alla medesima regola starà soggetta la operazion del sottrarre l'intero, e rotto da un'altro, cioè nel situar le cifre, come si è detto nel sommare E. g.

352 . 5
128 . 673

223 . 827

Del Moltiplicare.

Questa operazione è semplice, e si esegue come i numeri interi, e nel prodotto se ne puntano dalla man destra tante cifre, quant' è il numero delle cifre dell' uno, e l'altro fattore, se un de' fattori n'è privo si segregaran

tante cifre decimali dal prodotto quante ve ne son nell' altro fattore E. g.

```
   32.03
   25.32
 -------
    6406
   9609
 16015
 6406
 -------
 810.9996
```

Del dividere.

Cinque casi si distinguono in questa operazione: I. dividere intero, e rotto per intero: II. intero per intero, e rotto: III. intero, e rotto per intero, e rotto: IV. quando l' intero del divisore è maggior di quello del dividente: V. finalmente quando deesi dividere un intero, e rotto per un rotto.

Esame del primo Caso.

Dividasi l' un per l' altro, e quando deesi calare il decimale, si porti nel quoziente la cifra decimale. Se vogliasi poi approssimar dippiù il quoziente si aggiungan nel dividente tanti zeri, quante figure dippiù si vuole approssimare. Sia, per esempio, da dividersi 456.9 per 39, e si voglia approssimare il quoziente di due altre cifre ne' decimali, venendo ne' proposti numeri un solo decimale nel quoziente, allora poi ne verran tre, come vedesi nel disteso caso

456.

```
                 456 . 900
                 39
39               ---
---              66
11 . 718         39
                 ---
                 279
                 273
                 ---
                  60
                  39
                  ---
                  210
                  195
                  ---
```

Esame del secondo Caso:

Volendosi dividere un intero per un intero, e rotto, si debbon prima aggiunger nel dividente tanti zeri, quante figure decimali vi son nel divisore, ed indi dividendosi l'un per l'altro, nel quoziente ci verranno i numeri interi: se poi questo vogliasi approssimare, si aggiungan tanti altri zeri nel dividente, a quante cifre decimali il quoziente si vuole approssimare. Sia da dividersi 456 *per* 39. 5, *si aggiunga nel dividente un zero, per aver nel quoziente l'intero; ed indi volendosi approssimar di due cifre il riferito quoziente, vi si debbono aggiungere altri due zeri, come si vede nel disteso calcolo.*

```
39 . 5        456 . 000
------        395
11 . 54       ---
              610
              395
              ---
```

2150
1975

1750
1580

Esame del terzo Caso.

Proponendosi di dividere un intero, e fratto per un altro, è da distinguersi, se il numero delle cifre decimali nel dividente è maggiore di quello nel divisore: verran perciò nel quoziente tante cifre decimali, quant' è l' eccesso delle cifre nel dividente su di quelle nel divisore; se poi nel divisor vi sarà un numero maggiore di cifre decimali di quello, che contiene il dividente, allora a questo debbonsi aggiunger tanti zeri, quante son le figure decimali dippiù nel divisore. Sia da dividersi il numero 456. 95. per 39. 5, nel quoziente ci verrà una figura decimale; se poi vogliasi dividere 456. 9. per 39. 586., come nel divisor vi son tre decimali, e nel dividente un solo, in questo vi si debbono aggiunger due zeri; e nel quoziente verranno i numeri interi: con porci altri zeri nel dividente si averanno i decimali nel medesimo quoziente.

Esame del quarto Caso.

Per dividere un numero minore per un numero maggiore è d' avvertirsi a' seguenti casi; se il numero minor non ha decimali, nel quoziente prima di ogni altro si ponga il zero nel luogo dell' interi, ed indi si faccia la divisione, come si è detto di sopra, aggiungendo nel dividente quel numero di zeri, del numero delle cifre decimali, che si desidera, e si avran nel quoziente medesimo le sole cifre decimali. Sia da dividersi 45. per 578, postovi

tre

tre zeri dopo del primo numero, allora si può divider per lo secondo, onde le decimali saran millesimi, come si vede espresso

```
578   |  45000
----     4046
0.077    -----
          4540
```

Se poi il dividente ha decimali, ed è minor del divisore si aggiungan nel dividente tanti zeri finchè il divisore entra la prima volta in esso, e quanti zeri si son posti altrittanti si pongan nel luogo de' decimali nel quoziente, dopo l' asterisco dell' intero, ch' è il zero, come si vede nel Caso di dividersi 45. 5. per 578; il quoziente sarà 0. 07, e se vogliasi più approssimare, cioè a millesimi, si aggiunga al dividente altro zero, e seguitando l' operazion di dividere, il quoziente sarà 0. 078; seguitando la operazion si approssimerà al vero numero del dividente.

Esame del quinto Caso.

Debbasi dividere un intero, e rotto per un semplice rotto, se vi sono eguali numeri di decimali nel dividente, e divisore, nel quoziente ci verranno interi, e volendosi più approssimare, si porranno i zeri, e si seguiterà a dividere, e tanti decimali verranno, quanti zeri si aggiungono, come si dovesse dividere 35. 27 per 0. 21. e vi si unissero altri due zeri, il quoziente sarà 167. 95. Se poi nel divisor vi fossero decimali di minor numero di quelli nel dividente, nel quoziente ci verran tanti decimali quanto è il numero delle cifre del dividente maggiore di quello del divisore, e coll' aggiunta di altri zeri verrà approssimato di più il quoziente.

INDI-

INDICE

De' Capitoli contenuti nella presente Opera.

LIBRO I.

LIBRO II.

LI-

LIBRO I.

Analisi de' Componenti della fabbrica.

CAP. I.

Della Terra.

DIscordi sono stati i Filosofi nello stabilire i Principj, e gli Elementi de' Corpi, come Cartesio, vedendo che in natura tre Corpi differenti vi erano, cioè Lucidi, Diafani, e Opachi, stabilì tre specie di elementi, cioè materia sottile, globosa, ed irregolare: Eraclito dal senso del tatto pose per elemento di tutti i Corpi il fuoco: Ferecide la terra: Anassimene, e Diogene Apollinare l'aria: Talete l'acqua: Platone, ed Aristotele suo discepolo l'etere, l'aria, il fuoco, l'acqua, e la terra: dall'etere concepivano nati i Corpi celesti, e dagli altri i Corpi terrestri. Infiniti altri vi sono stati di questi elementarj, come riferisce Aristotele nel lib. 1 della Fisica, e Metafisica, Plutarco *de Placitis Philosophorum*, Origene *Philosophumena*, e Bruchero nella sua Istoria Filosofica. Il Nevvton nella Questione 31. dell'ottica tradotta in latino da Samuel Clarke, e così anche Keill, Musschenbroek, Reaumur, ed altri, pongono per elementi gli *Atomi*, cioè certe particelle minutissime, che non ricevono divisione, e son detti Atomi dalla parola Greca *tomin* che significa divisione. Gli atomi di un corpo sono le minime particelle di esso, composte di altre infinitissime, queste sono dotate di una forte attrazione, per cui ven-

gono ad un immediato contatto. Dalle figure di questi atomi dipende la più o meno coerenza de' Corpi; se questi atomi colla di loro unione formano particelle maggiori colla frapposizione di molti voti, si chiama da Musschenbroek massa di prima sorte, e altrimente uniti formano la massa di secondo ordine, e così procedendo si concepisce la forma de' Fluidi, e solidi, semplici o omogenei, composti ovvero eterogenei. Per riguardo a' fluidi si concepiscono gli atomi curvilinei, per rapporto poi a' solidi semplici gli atomi terminati da figure piane, ed a quelli eterogenei gli atomi terminati da diverse figure.

La terra è il composto di tutte le forme di fluidi, e solidi d'infinite sorti, questa nella sua creazione era ricoverta di acqua, poichè il sommo Fattore comandò, e disse *Congregentur aquæ in locum unum ..... & appareat arida* Gen. 1. v. 9. Onde fin dalla creazione della Terra averebbe avuto luogo, se fosse vero, il sistema di Giovanni VVoodvvard medico Inglese, contro del quale scrisse Camerario. Egli nella sua Geografia Fisica tradotta da Giacomo Scheuchzero, dice: che la terra sia un corpo ordinatissimo, composto di varj strati di progressive densità, andando dal centro alla sua superficie. Ciò lo deduce dallo scioglimento della terra allorchè fu ricoperta dalle acque del Diluvio, per la differente gravità delle parti, ciascuna si mantenne ad una proporzionata distanza del centro, e perciò nel disseccamento delle acque si trovarono questi diversi strati di densità progressive. E' inutile il dimostrare la insussistenza di questo sistema, poichè dalle osservazioni fatte da Plinio, rapportate nella storia naturale, da Seneca nelle questioni naturali, da Leodio nel Dizionario Geografico, da Kircher nel suo *Mundus subterraneus*, e da infiniti altri; Tutti concordano, che nelle viscere della terra vi sono quantità di Grotte, vastissime Caverne, alcune ripiene di acqua, altre vote, alcu-

alcune ripiene di aliti, che impedifcono il refpiro, o velenofi, che cagionano la morte; Si trovano ancora pietre di diverfe gravità, e perturbate nella di loro progreffione. Dalle quali offervazioni conofcefi, che la terra fia un compofto di parti eterogenee fenza alcun ordine in rapporto alla di loro gravità. Quefta riceve temporanee mutazioni, per le varie effervefcenze che in alcuni fuoi luoghi fi fanno, per gli monti Ignivomi detti Ulcani, che fi generano da una forte effervefcenza; come ancora dagli alluvioni, i quali portano con fe parte de' luoghi eminenti, e coprono alcune valli, altre ne formano in diverfi luoghi, fecondo la meno, o più velocità de' torrenti; altre mutazioni l'abbiamo dal mare, lafciando in un luogo il fuo lido, e nella fua parte oppofta occupa porzion della terra: come accadde alla Città di Aquileja de' Carni, a quella di Adria nella Tofcana, che diede nome al mare Adriatico, a Padova nello ftato Veneto, ed a Ravenna nello ftato Romano, che in tempo di Strabone era edificata nell' acqua. Tutte quefte Città erano nelle fpiagge marine, oggi fi offervano molto diftaccate da effe; e così al contrario è accaduto a Balda Città nel mare Ibero, a Danna Città nella Serica, e ad Olanda, le quali ora fi trovano fottopofte al livello dell' acqua del mare. Dimoftra benanche quefta mutazione della terra il vedere alcuni edificj fepolti, come il Coloffeo, e l' Arco Settimio in Roma, la Città di Erculano in quefto Regno, moltiffimi altri edificj in Pozzuoli. Sicchè dunque la terra riceve temporanee mutazioni, per cui veggonfi le parti difordinatamente foggette alle leggi di gravità.

Di tutto queft' orbe terraqueo da noi fe n' efamineranno alcune parti, e prima di ogni altra, le Terre per l' ufo degli edificj. Quefte fi trovano dopo le Terre ortilizie, cioè al di fotto a quelle che fono addette all' Agricoltura: alcuni luoghi ne fon privi, in altri fi trovano

vano di mediocre qualità, ed in altri finalmente s' incontrano di ottima qualità. Gli strati che si trovano communemente di queste Terre di Cava sono di tre Colori, cioè neri, bianchi, e rossi, non da questi colori però si giudica la bontà di esse: ma due sono i segni della perfezione, o fregata per le mani fa stridore, e non le sporca, ovvero sdregandola in un panno bianco non lo macchia, poichè la buona qualità consiste nella sua asprezza, e nella privazione della grassezza. Di tali effetti ne ha il primo luogo la Pozzolana, poichè così viene preparata dalla natura, ella si trova ne' soli luoghi, ove sotterraneamente vi sono effervescenze. Gli atomi del fuoco sottoposto alla terra disperdono le parti più volatili di essa, o siano quelle più facili a rarefarsi, come sono le particelle acquose, i solfi, ed i sali volatili, e così riducono la detta Terra sciolta dai vicendevoli contatti, e purificata da quella grassezza. In moltissimi luoghi vi sono l' effervescenze sotterranee, e non si trova pozzolana; la natura, come si è detto di sopra, non ha distribuito egualmente gli stessi generi di Terre in ogni luogo, e le temporanee mutazioni che ha ricevuta, e riceverà quest' orbe terraqueo, a proporzion della materia, che incontra, nè produrrà quelli effetti analogi alla materia, ed al fuoco, come in Toscana la Terra diventa carbone chiamato fossile. Di questa sorte di Terra di Cava si trova in tutta l' Italia, cioè di quà l' Appennini, ma più oltre, cioè verso il mare Adriatico, non se ne ritrova, e di là del mare in Achaja, ed in Asia nè anco si nomina; la più perfetta è nel recinto del Monte Vesuvio, ed in Pozzuoli.

Delle altre specie di Terre, che sono addette alla costruzione degli edificj, si distinguono quelle arenose di Cava, che per la mutazione temporanea della Terra sono rimaste coverte da altra qualità di Terre, queste ponendosi in opera non debbono stare lungo tempo fuori della

la Cava; poichè i raggi solari, e la brina le discioglie da quei corpicciuoli, che la natura sotterraneamente l'ha preparata. Quelle poi di fiume, o di torrenti, comecchè vengono lavate dall'acqua, e per essa tolta l'asprezza, non hanno aderenza colla Calcina, ed essendo piene di umori, le fabbriche non così volentieri si rassodano, perciò usandole, deesi fabbricare a strati con intervallo di tempo per attendere il rassetto di essi. Poichè, non disseccandosi in un subito, non è capace la fabbrica di una determinata altezza a soffrire il peso soprapposto. Queste però sono ottime per gl' intonachi, poichè vi è il tempo a poterle governare per ridurli levigati, il contrario accade con quelle di Cava. Quelle di mare, adoprandosi nelle fabbriche, formano gli stessi effetti di quelle di fiume, e negl' intonachi, esalandosi le salsedini che contengono, gli crivella, e gli lesiona, perciò è da sfuggirsi. Sicchè dunque per gli archi, e volte ci è di bisogno della vena di Cava, immediatamente posta in opera per ottenerne il subitaneo rassetto.

Le Terre arenose giarose sono buone per le fabbriche di getto, o sieno fondamenti di edificj, conciosiacchè le pietre non ponendosi con ordine, e buttandosi irregolarmente giungono nel loro sito, e vi rimangono perciò maggiori voti tra di esse, e dovendo questi rimanere riempiti di calce, ed arena, è di bisogno che vi sia una materia, i componenti della quale sieno di maggior grossezza: ma deesi avvertire di far rassettare per qualche tempo queste fabbriche di getto, per le cause dette di sopra.

In alcuni luoghi la provida natura ha somministrato alcune Terre a forma di pietra concotta, la quale con fatica si cava, questa si scioglie coll' acqua a guisa della creta: in alcuni luoghi se ne fa uso col mischiarsi colla Calcina, ella non è da disprezzarsi, perchè contiene quasi l'istesse qualità della pozzolana. Sicchè dunque dovendosi scegliere la terra per unirla alla Calcina, questa non

dee

dee contenere parte graffa, che ftringendola nelle mani fi ammaffa, o parte di effa vi fi attacca.

In alcune regioni fi trova una naturale ordinazione di Terre, fecondo il più, e meno profonde varie fpecie di effe vi fi offervano. Quefti ftrati parte feguono l' innondazioni in varj tempi accadute, ed in effi fi offervano quell' inferiori più denfi de' fuperiori, per la legge di gravità; e parte dipendono dall' azione del fuoco fotterraneo, e celefte. Poichè la Terra ch' è all' aria contigua è di una condizione, quelle che fono fotto effa di un altra, progreffivamente fecondo i gradi delle materie ch' efalano, e del caldo che ivi giunge, quefti fuoli feguono il curvamento della fuperficie terreftre, perciò nel lido del mare fvanifcono.

In alcuni luoghi fe ne offervano fedici di quefti fuoli, cioè

1. Terra negra di cultura refa dal fole, e dalle piogge fciolta, ed alterata.

2. Pozzolana bianca di altezza circa palmi otto.

3. Lapillo groffo di palmi tre in quattro.

4. Pozzolana negra di palmi due,

5. Pozzolana roffa di palmi fei, le quali unite formano la fteffa altezza della bianca.

6. Pozzolana azzurrigna della medefima altezza di palmi otto, è di condizione fimile alla bianca.

7. Taffo di palmi tre: il taffo è un fuolo denfo, e duro contro la zappa; ma tolto con mano facilmente fi fgrettola, nella condizione fua è fimile alla pozzolana bianca, ed in fimil ufo, che quella adoprata.

8. Lapillo fottile di palmi due, o fia arenella di color negro.

9. Pozzolana bianca di palmi quattro, di tatto molle fimile alla farina.

10. Taffo molto più duro del defcritto di palmi due.

11. Lapillo mediocre circa palmo uno.

12. Al-

12. Altra pozzolana bianca di palmi quattro.
13. Arena negra simile a quella di mare di palmi otto.
14. Lapillo grosso palmi nove.
15. Appamonte di palmi quindeci.
16. E finalmente il monte fermo.

I descritti suoli si trovano mancanti a proporzion della distanza del mare. Delle pozzolane descritte la prima delle bianche, per l'uso delle fabbriche, è di condizione dell'altre peggiore: la rossa, e negra sono di liga veloce, e formano il lavoro alquanto arido, perciò l'uso loro è nella costruzione delle volte, come si è detto, le altre pozzolane bianche sono di liga migliore, ma tarde al rassetto: perciò si suol fare mescolanza di tutte, per far la liga secondo la prudenza del regolatore.

C A P. II

Delle Pietre.

LA Pietra è un corpo prodotto dalla terra, il quale è privo di sapore, duro, non malleabile o duttile, non si scioglie nell'acqua, e difficilmente si liquefà al fuoco. Cadmo Re de' Fenicj fu il primo, come riferisce Plinio, che trovò le Cave delle Pietre a Tebe, o come vuole il filosofo Teofrasto scolare di Aristotile, che in Fenicia furon scoverte. Varie sono le di loro specie, secondo le varie terre onde veggon prodotte; le differenti condizioni de' sali, che vi si mischiano; i diversi gradi di fermentazione, che ricevono; e la ineguaglianza, e dissimilglianza delle acque che vi si uniscono. Non è della presente opera il trattare de' varj generi di Pietre, della loro origine, e qualità, ma di quelle sole, che sono addette all' uso di fabbricare: tra queste vi è il tufo, o sia cemento campano, il quale è di colore biondo, che imita una delle descritte specie di pozzolana, egli è poroso

roso non chiaro alla vista , e si scioglie al fuoco di mediocre possanza in sabbia , ed in arena , e perciò entra nella rubrica delle Pietre arenaree. Il tufo poi cinerino, e pardiglio è simile al descritto, ma di materia siticchiosa , ed arida , ed è sgrettoloso . Il Piperno è di color pardiglio senza macchie, e non di egual consistenza, incontrandosi alcuni voti ripieni di materia più debole ; quello di Sorrento è più debole , e sgrettoloso , questi non si confanno colla calce . La breccia è di grana minuta , eguale , e dura . Il primo tufo fa presto liga posto in opera , ed il secondo non si unisce colla calce , questi privi d' intonaco si sciolgono in arena per l' azione de' raggi solari , e de' geli , perciò han di bisogno sempre di essere intonacati; questi non resistono al fuoco per esser porosi, poichè la forza del fuoco rarefà la materia che trovasi ne' pori , e così si risolve la Pietra nelle sue parti arenose .

C A P: III.

Della Calce.

DUe nature diverse di pietre vi sono , e due supreme differenze ritroviamo; una di fusione , e l' altra di calcinazione . Nel primo genere sono le selci che danno fuoco, e tutte le pietre arenarie , poichè essendo queste di sustanza più aride , e nella di loro generazione poca , o nessuna parte di acqua vi concorre , o l' umor delle quali sia molto colla sustanza terrena unito , non si trasmutano in Calce , ma si fondono , o si risolvono in granelli . Le altre poi per la violenza del fuoco se ne separano gli umori , e si calcinano , poichè gli atomi del fuoco s' introducono nelle viscere delle pietre , e fan disperdere le particelle acquose, i zolfi, e' sali volatili, e rimangono in esse le parti meno volatili , ma sciolte dai loro vicendevoli contatti , e perciò comparisce un corpo po-

poroso. Dalla mentovata azion di fuoco è necessario romper le pietre co' martelli, affinchè per la violenza del fuoco non ischioppano col pericolo della fornace. Dalla pietra calcinata adunque essendosene estratte le parti acquose, ed alcuni sali, debb'essere di gravità specifica minore della pietra; perciò la bontà della Calcina consiste, ch'ella stia alla pietra cruda come 2. a 3. vale a dire, che il fuoco n'estrarrà un terzo del peso della pietra. Le qualità delle pietre, che possono Calcinarsi, debbono esser dure, e bianche; se queste si cavano, debbono essere immediatamente calcinate; le più umidi sono le migliori, ed il di lor peso si rileva dalla tavola, che si descrive nel V. Capo di questo libro.

C A P. IV.

Degli effetti della Calce.

CInque cause concorrono a produrre la effervescenza, I. gli atomi calorifici, II. l'elaterio o forza espansiva, III. la massa in proporzion geometrica, IV. la forza attraente, V. e la compression dell'aria. Le pietre calcinate contenendo atomi calorifici, ed essendo piene di pori, compressi questi dall'acqua, che vi si pone, le parti di esse si espandono con un elaterio proporzionato alla massa, e si riducano perciò agli atomi componenti; la forza del fuoco poi escludendo l'aria, e porzion dell'umido, le attrae, e le riduce ad un perfetto contatto. Le acque dunque che disfanno la calcina, a poterne fare gli usi convenienti, debbono essere moderate, e non in abbondanza, che l'incrudelisce: queste similmente debbono esser pure, e non raccolte da lave, poichè, portando esse materie grasse, impediscono gli atomi della calcina ad un perfetto contatto, per esser la figura di quelle curva. Questa calce preparata della maniera

B detta

detta di sopra è un mestruo, col quale si uniscono le pietre, e' mattoni alla formazion degli edificj.

CAP. V.

Della Coerenza de' Corpi.

IL Corpo duro è quello, ch' essendo urtato non muta figura, onde le sue parti sono molto coerenti. Si ripete questa coerenza dal primo interno principio di moto, communicato alle parti della materia, il quale trovasi in natura, e chiamasi attrazione. Una delle cause della coesion de' Corpi è la effervescenza, poichè questa esclude le parti più agitate, e volatili, e riduce le altre ad un immediato contatto. La effervescenza dunque è un moto soprannaturale, nato dall'union de' sali alcali, ed acidi, come lo dimostra Giovanni Bernoulli nel suo trattato *de effervescentia*. Quattro sorti di acidi si distinguono, cioè l'acido vitriolico; quello del sal marino; il nitroso; ed il vegetabile; ed infiniti sono gli alcali. Dalla cristallizazion di essi, e da' di loro attributi nel senso del palato, concordemente i fisici han determinato, che gli acidi sono sali compatti, e solidi, terminati da figure angolose, e con piramidi elevate, ed al contrario gli Alcali sono sali porosi, nè tanto densi, come gli acidi. Dal che si deduce, ch'entrando gli acidi colle loro punte ne' pori degli alcali, e cacciandone l'aria, producono la effervescenza, sedata la quale entrambi i detti sali si riducono ad un contatto.

Gli edificj si formano con Calce, arena, acqua, e pietre; le arene contengono i sali acidi, la Calce gli alcali, l' acqua partorisce il moto in questi componenti (a). Con ciò si assottigliano le parti terrestri, e ponendosi tra le pietre, s' intromette quella materia ne' pori di queste, e sedata la [illegible] effer-

(a) *Cap. prec.*

effervescenza, si riducono la materia, e le pietre ad una forte coesione. Essendovi nell'arena gli acidi mischiati alle parti terrestri, è necessario accompagnare la costruzion degli edificj con abbondanza di acqua, affinchè si dia luogo ad una lunga effervescenza; acciò l'agitazion de' sali assottigli le parti terrestri, e posson queste incontrarsi a formare il di loro contatto. Essendo varj i generi de' sali acidi, e diversi gli alcali, differenti saranno le coesioni di questa materia, dipendendo dalla condizion dell' arena, e dalla natura della Calce. Dall' esperienze fatte su di una tale preparazione da tutti gli autori, che han trattato di ciò, si è stabilito, che la Calcina stia alla pozzolana nella ragione di 1 : 3. Se l' arena è di fiume si pongono due porzioni di arena, ed una di Calce. E se poi la Calcina sarà tenace, e molto glutinosa vi si porranno tre porzioni di arena, ed una di Calce. Perciò le terre, denominate Pozzolane, sono le migliori (a). Da ciò si deduce, ch' è impossibile il poter determinare un certo tempo per lo rassetto nelle fabbriche, dipendendo dalla qualità de' componenti, e dalla più, o meno azion del sole.

La coerenza de' corpi è di due maniere, assoluta, e relativa o trasversale. La prima è quando si supera verticalmente, cioè tenendo un corpo a piombo da un estremo, e dall' altro estremo vi sia un peso, che possa distaccare una parte di esso. La seconda è quando si supera orizzontalmente situato, di questa ne ha esposte le Teorie il Galilei ne' suoi dialoghi, indi fu seguito dal Blondel nel trattato stampato nel 1661. il cui titolo è *Galileo promosso*. Vi fu ancora Alessandro Marchetti nel libro *De resistentia solidorum*, e molti altri tra qua' si è distinto il Muschembroek nel suo compiuto trattato, inserito nelle sue dissertazioni Fisico-Geometriche,

B 2

(a) Cap. 1.

triche. Per esaminare la coerenza delle materie, che si debbono adoprare nella costruzion degli edificj, per quel che alla nostra pratica conviene, è necessario esponere il peso di un determinato solido di ciascuna materia, i rapporti delle quali sono state estratte non solo dalla Tavola rapportata da Ludovico Savot nella sua Architettura Francese, ma anche da quella di Muschembroek.

Tavola ove si determina il peso di un palmo cubo Napoletano di ciascuna materia in rotola, once, trappesi, ed acini. E' da notarsi che il nostro rotolo è di once 33 $\frac{1}{3}$., ogni oncia di trappesi 30., ed ogni trappeso di acini o grani 20. Onde il rotolo è di acini 20000., e l'oncia di acini 600.

Palmo Cubo Napoletano	rotola	once	trappesi	acini
di Acqua piovana	20	13	16	8
di Fontana	20	17	24	8
del Sebeto	20	22	2	8
di Mare	20	28	14	8
di Terra	27	6	24	19
di Sabbia di Terra	34	8	4	
di Fiume	37	22	8	8
di Calce	16	27	26	12
con arena	34	8	4	
di Tufo Campano	29	16		
di Fabbrica di Tufo	30	22	11	

di

	rotola	once	trappesi	acini
di Piombo	241	33		18
di Piperno	38	13	6	
di Tegole	36	8	1	11
di Marmo negro	55		29	14
bianco	55	3		16
di Aere			25	8
di Fabbrica di Mattoni d' Ischia	35	23	24	13
di Rame	184	26	29	12

Essendo la fabbrica di tufo, o di mattoni, e'l Piperno un complesso di componenti eterogenei, le di loro gravità variano a proporzion della natura delle parti. Onde si possono stabilire le gravità di questi corpi con numeri interi per averne il rapporto tra essi. E perciò un palmo cubo di fabbrica di tufo sarà rotola 30. 6. quella di mattoni rot. 35. 7. e quello di piperno rotola 38. 4.

La dimostrata Coesion nella fabbrica, col tempo si scioglie. Quattro cause concorrono alla soluzion di essa; i raggi solari, i sali volatili, la evaporazion dell' acqua che vi si attacca, ed il gelo della medesima. Le parti ignee de' raggi solari colla continua, e lunga azione calcinano le parti di ultima composizion del Corpo, ed introducendosi le separa; indi passa a dividere quelle di prima composizione, e finalmente distacca gli elementi insettili, onde ne viene la soluzion delle parti. Tra i varj

varj generi de' sali vi sono i corrosivi, per essere le parti di essi molto acuminate, e vengono annoverati nella quinta, e sesta specie dal Signor Rovelle nelle memorie dell' Accademia Reale di Parigi del 1744. questi sono, per cagion de' raggi solari, esalati dalla terra, e dagl' altri corpi, e colla continua incisione nella fabbrica, nata dall' agitazion de' venti, progressivamente si fanno strada a separare le parti di ultimo ordine, fino a giugnere agli atomi. Le acque piovani si attaccano alle fabbriche, indi dall' azion de' raggi solari le particelle di essa si espandono, e secondo le osservazioni de' Fisici diventano quattordecimila volte maggiori di esse; Un tale avanzamento di volume fa forza a superare la coesion delle parti esterne, e progressivamente s' introduce nell' interne. E' stato tuttavia confermato dall' esperienze, che tutti i Corpi in natura col freddo si condensano; ma l' acqua nel massimo freddo si trova rarefatta. Il primo ad osservarlo fu il Galilei, come riferisce ne' suoi dialoghi, ma fu confermato dalle replicate esperienze fatte dagli Accademici di Firenze, come appare nel libro intitolato *Tentamina Accad. Cimentinæ* colle aggiunte di Muschembroek. Onde l' acqua, che si attacca, e s' introduce ne' pori della fabbrica, gelandosi si dilata, e distacca le parti componenti. Dalle principali cause della naturale soluzion delle fabbriche, si deduce che per custodirsi debbono essere intonacate, ben levigate, e biancate; poichè negl' intonachi bianchi, si riflettono tutti i raggi, come lo ha dimostrato Nevvton nella sua ottica, e non imbevendosene non agiscono: non vi si attaccano parti aquee, e perciò non si genera la dilatazion de' componenti; i sali volatili meno agiscono alla corrusione, per la maggior compattezza delle parti esterne. Perciò si osservano le fabbriche, coverte di terra, di maggior durata delle altre; e così delle altre, quelle che stanno più o meno esposte alle dette cause di naturale

solu-

soluzione, avranno minore, o più durata.

Da ciò che si è dimostrato, si ripete la durata di ogni fabbrica consistere nella qualità de' componenti, e maniera di disponerli relativamente a' siti, ed agli aspetti de' Cardini del Mondo, e non già la certezza della sua durata essere di anni ottanta, come Vitruvio riferisce nel lib II. Cap. VIII. *Eos non posse plusquam annos octuaginta durare*. Come si ravvisa da varj edificj di Pietre, scoverti in Roma, ed in varj siti di questo Regno, come nell' Ercolano, Pompejano, Pozzuoli, ed altri luoghi, i quali portano l' epoca di più secoli, ed ora veggonsi intatti, ed illesi, e di una coesione a poter durare altrettanto tempo. Ed al contrario si veggono altri edificj che non giungono all' età stabilita da Vitruvio, e se ne forma la naturale soluzion de' Componenti; prescindendo dalle accidentali soluzioni, che giornalmente si osservano negli edificj, delle quali a suo luogo se ne parlerà, e se ne dimostrerà l' origine di ciascuna di esse.

C A P. VI.

Delle Sustruzioni, o siano de' fondamenti degli edificj.

Essendosi analizati i Componenti degli edificj, ed esaminati gli effetti della di loro unione, sarebbe necessario esporre la maniera di coordinarli: ma comecchè si debbono premettere alcune teorie, le quali si espongono nel seguente libro, perciò si tralascia in questo luogo di darne le certe, e ragionate regole, e si passa a dimostrare la maniera di fare le sustruzioni, o fondamenti. Tutti gli edificj si debbono innalzare su di un piano quiescente, atto a poter resistere la pression dello edificio soprappostto. Se la terra in tutti i luoghi nella sua superficie, avesse una materia tanto compatta, a poter

rer riagire alle continue pressioni che gli fa un edificio, non ci sarebbe la necessità di cavare le fondamenta per incontrare una proporzionata densità a resistere al peso dell' edificio. E' stato sentimento di un Moderno Autore di fare le sustruzioni eguali agli edificj nel di lor peso, dagl' infallibili principj, posti di sopra, se ne conosce l' insussistenza, la esecuzion della quale tenderebbe alla ruina dell' edificante. Alcuni Architetti s' ingannano col determinare la grossezza del fondamento dalla semplice grossezza de' muri superiori, senza esplorare la natura del piano, su del quale lo poggiano. Diversi s' incontrano i piani nel cavare un fondamento di edificio, o stabile, o instabile, e quest' o è di terra smossa, o fangosa, o palustre, di ogn' uno di essi se ne darà la norma di prepararli, o consolidarli.

Qualunque corpo, posto su di un' altro, lo gravita; questa gravità è una forza inerente ad ogni minimo naturale, del quale il Corpo è composto, l' effetto di gravità in una massa determinata vien chiamato Peso. Per la seconda legge stabilita da' Fisici la gravità è proporzionata alla massa, onde il peso di un Corpo, posto su di un' altro, lo agisce con tanta forza, quanto è la sua massa, se il Corpo sottoposto è della medesima natura, lo riagisce colla medesima forza. Ma se all' opposto il Corpo suggetto è di minor densità, o di gravità specifica minore dell' altro, lo riagirà coll' eccesso della densità dell' uno su dell' altro; posta una pietra su di una creta molle, quella supera in parte la coesion della creta, e vi s' introduce tanto in essa, quanto è l' effetto della forza proporzionata alla massa. Questo sforzo determinato, prodotto da un corpo, al quale gli viene impedita quella innata forza nell' operare, chiamasi pressione. La pression di un Corpo su di un piano orizzontale è proporzionale alla superficie del Corpo premente, alla forza del medesimo Corpo, ed alla durezza relativamente a quel-

quella del piano ſottopoſto . Avendo il Corpo premente maggior ſuperficie di contatto ſul piano , maggiore ſarà la preſſion del piano ſuggetto, poichè ſopra maggior numero di parti quello poggia , e ciò è relativamente alla forza del medeſimo , la quale vien miſurata dalla velocità iniziale, e dalla ſua maſſa, come da' Fiſici è ſtato dimoſtrato, ch' è lo ſteſſo del peſo : ma a proporzione, che il corpo premente è di maggior durezza del piano ſottopoſto, così l'attività del medeſimo corpo ſarà maggiore a ſuperar la meno durezza del piano. Sicchè dunque la preſſion di un corpo su di un piano orizzontale ſarà proporzionale alla ſuperficie del medeſimo , alla ſua forza o ſia peſo, ed alla denſità relativa a quella del piano. Onde due corpi di egual denſità poſti su di un medeſimo piano, le preſſioni di eſſi ſaranno nella ragion compoſta delle ſuperficie di contatto, e della di lor forza, la quale ſi dee ripetere dall' altezza di queſti corpi, poichè la ſerie degli atomi nell' altezza è quella che opera a sforzare il piano ſuggetto. Da ciò ſi deduce, che ſe due corpi ſono eguali nella ſolidità, e nella denſità, le preſſioni di eſſi su di un medeſimo piano, ſaranno nella ragion diretta delle baſi o ſieno le ſuperficie di contatto, e nella inverſa della di loro altezza.

Dal di ſopra dimoſtrato ſi deducono le ſeguenti illazioni. I. Che ſe un piano per la ſua rarezza non è capace a ſoffrir la preſſura di un corpo, eſpandendoſi queſto nella baſe, col diminuirſi nell' altezza, ſi ridurrà ad eſſer riagito dal piano ſottopoſto. II. Se il medeſimo corpo non ammetteſſe riduzione, ponendoſi ſotto di eſſo un' altro corpo, o di egual denſità, o minore, ma di maggior baſe, ſarà ſoſtenuto dal piano ſottopoſto. Queſte mutazioni de' corpi debbono eſſere proporzionali alla denſità del corpo iſteſſo relativa al piano. Poſto adunque la denſità del piano a poter ſoffrire l'altezza 10. di un corpo di un' altra data denſità, con

 una

una determinata base, oltre la quale altezza il piano si comprimerebbe; Se il medesimo Corpo fosse dell' altezza di 20., o questo si dovrebbe ridurre ad una dupla base, e diminuirne l'altezza a 10., ovvero porre sotto del medesimo corpo un' altro di dupla base, affinchè il detto peso venga distribuito in una dupla estensione, ed allora il piano suggetto altro non soffrirebbe, che il peso dell' altezza 10. in tutta la estenzion della base del Corpo, e così potrebbe resistere a non esser compresso.

Ecco dunque la teoria, onde dipende la regola di cavar le fondamenta di qualunque edificio, e stabilirne il piano ove deesi poggiare, il quale sia sempre orizzontale. Sia profondata la terra HIK, fino al piano G, ove deesi poggiare l'edificio, si esamini questo piano, se sia della proporzionata densità a poter resistere al peso assoluto dell' edificio, che lo dovrà sopraincumbere. Ne' due laterali del detto fondamento si cavino due buchi A, B, vi si pongano due tavole piane al di sopra, acciò la traversa AB, non agisca contro la terra, la quale debb' essere situata tre quarti di palmo da sopra il piano G, o più, secondo le circostanze. Indi sia preparato il prisma G, di acciajo, il quale abbia la sua base di un oncia quadrata, ovvero la duodecima del nostro palmo in quadro, ed abbia la sua testa di maggior grandezza, acciò applicandoci la vette EF, possa esser compresso. Suppongasi ora, che l'edificio dovrà imporsi sul piano G, sia dell' altezza di palmi 100., e sia da costruirsi di fabbrica di tufo di Campano. Un prisma che avrà per base un oncia quadrata, e per altezza palmi 100. la sua solidità sarà di palmi $8\frac{1}{4}$, questi di fabbrica di tufo saranno di peso rot. 250. onc. 15. trap. 29., ed acini 16. (a). Sicchè ogni oncia quadrata di terra nel piano G, sarà gravata dal peso di rotola 250, e mezzo in circa, essendo la detta fab-

Tav. I. Fig. 1.

(a) *Tav. Cap. prec.*

fabbrica isolata, e senza veruno attacco di contignazioni, o volte. Si ponga il prisma G, colla base nel suolo ben pulito, e vi si adatti la vette EF, sotto la traversa AB, con un estremo, e nell'altro vi si applichi il peso O, ed il prisma G, sia situato tra i detti estremi in guisacchè il peso O, sia in equilibrio con rot. 250 $\frac{1}{4}$; di ciò se ne darà la risoluzione, e si noti quanto il prisma G, entri nel suolo, che vale il dire, quanto il suolo venga compresso dal suddetto peso. Suppongasi, che il detto prisma entri un palmo dentro terra; onde dai principj di sopra, il piano stabilito non può reggere l'edificio, che si dovrà innalzare, e perciò il pedamento, o sia la fabbrica dentro terra, deesi fare di maggior grandezza, ed essendo quello ch'è entrato nella terra la centesima dell'altezza dell'edificio, perciò di tanto deesi avanzare in grossezza la fabbrica dentro terra; per esempio se il muro dovrà esser di grossezza palmi 6., il pedamento dovrà stabilirsi palmi 7. di grossezza.

E' dimostrato nella Statica, che due corpi, posti nell'estremo di una verga, saranno in equilibrio, quando i di loro pesi sono reciprocamente proporzionali colle distanze dal punto di sospension della verga. Sicchè per elevare un peso, che sia decuplo della forza che vi si vuole impiegare, è necessario che la detta forza stia distante dall'ippomoclio, o sia punto di appoggio, diece volte più di quello ch'è distante il peso. Dal medesimo incontrastabile principio si deduce, che una forza premente per ridurla ad una maggior determinata pressione, dee quella esser tanto distante dal punto di appoggio della vette, quanto si vuole avanzare la pressione. Per trovare il punto nella vette, ove ponendosi il Corpo; possa questo esercitare una determinata pression nel piano suggetto con una data forza premente, dipende dal seguente

PROBLEMA.

Data una forza premente, data una vette, e data la pressione, che deesi fare in un piano; dividere la data vette in un punto, ove postoci un corpo, ed in un estremo di essa vi sia l' ippomoclio, e nell' altro vi sia la forza premente, il medesimo corpo possa esercitare la data pression nel piano sottoposto.

Tav. I. Fig. 1. Sia data la vette FE $= a$, la forza premente O, sia b; la pression da farsi col corpo G, sia c; l'ippomoclio sia nella traversa AB, nel punto E. Per principio statico abbiamo

$$b : c = x : a$$

Onde $b\,a = c\,x$
div: c

Sarà $\frac{b\,a}{c} = x$

Sicchè dunque moltiplicandosi la lunghezza della vette colla forza premente, ed il prodotto diviso per la pression da farsi, il quoziente esprimerà dall' ippomoclio la distanza del solido, che debb' esercitar la pressione nel piano sottoposto; Ciocchè si dovea trovare.

Esemp. Sia la vette di lunghezza palmi 10: la forza premente O, sia rotola 50; e la pression che dee fare il solido G, nel piano sia rot. 250. 5. Il prodotto enunciato di sopra, sarà 500, ed il quoziente sarà pal. 1. 99; cioè il solido G, debb'esser distante dall' ippomoclio C. pal. 1. 99, poco meno di due palmi, affinchè possa esercitar nel suolo la pression del peso di rot. $250\frac{1}{2}$.

AV-

AVVERTIMENTI.

I. Avendo la terra ricevute molto variazioni (a), e non trovandosi perciò strati ordinatamente disposti, per ottener l'uso certo della esposta pratica, è di necessità far l'assaggio in un luogo, e cavar le fondamenta più di quello, ove si è determinato di stabilire l'edificio: affinchè se ne osservi la qualità della terra su della quale si voglia poggiare il costruendo edificio, se possa ricevere qualche accidentale compressione, per alcuni strati forse che vi s'incontreranno al di sotto di facilissima compressione, ovvero per voti che vi potranno essere.

II. La esposta pratica ha luogo solamente nello stabilire gli edificj sulla terra, ma non già su di un masso di strato di pietra, sotto del quale vi sia materia ad esser compressa, ovvero su di una volta di un'altro edificio. Poichè nella terra la gravità del tutto è distribuita egualmente nelle sue parti, onde un solido di una determinata altezza esercita la sua gravità colla sua base nel piano sottoposto, della medesima maniera, che la esercita una parte della sua base, e sia la centesima, millesima, o qualunque altra. Non accade lo stesso, allorchè l'edificio sia posto su di uno strato di pietra della condizion di sopra, poichè s'egli è capace a sostener 10, non sarà atto a sostener 100, e perciò l'assaggio di una parte non corrisponderà col tutto. Ad altre teorie è soggetta la pratica di ciò, le quali in appresso si esporranno.

III. Gli edificj son formati di pareti, e di contignazioni, queste sono o di fabbrica, come le volte, o di legname, come le soffitte; poggiano quelle sulle pareti, ed il di lor peso è distribuito egualmente sulle parti de' detti

(a) *Cap.* 1.

detti pareti. Onde al peso assoluto della fabbrica deesi aggiungere il peso delle contignazioni, relativamente all'oncia quadrata dello stabilito calcolo di sopra espresso. Sia, per esempio, il peso delle contignazioni rotola 100000, le quali sieno poggiate su di due pareti della lunghezza ogn' uno palmi 15, e della grossezza palmi 2.; ciascun de' detti pareti sarà gravato di rotola 50000, divise per 180. quante son le once, che compongono i palmi 15., il quoziente 277. 77. sarà il peso, del quale vien gravata ciascuna oncia della lunghezza, e diviso per 24, quante son le once, che compongono la grossezza del parete, il quoziente 11. 57. esprimerà il peso distribuito a ciascuna oncia quadrata. Questo peso deesi unire al peso assoluto della fabbrica espresso di sopra di rotola 250. 5; su della somma de' detti pesi, che sono rotola 262. 07., deesi formare il riferito calcolo per determinar la grossezza delle fondamenta.

IV. Di due maniere diverse si formano le fondamenta di un edificio, o per lungo i pareti, o a pilastri framezzati con archi. Essendo ciascun de' pilastri gravato, non solo dal peso a sè soprapposto, m'anche dalle parti adjacenti, che poggiano su delle metà degli archi laterali; perciò l'oncia quadrata sarà gravata dal duplo, triplo peso, di quello suo assoluto. Dopo la esposizion delle teorie delle forze degli archi, si darà la norma di trovar la terra proporzionata a resistere alla pression dell' edificio co' fondamenti a pilastri, che sarà nel Corol. Avvert. VIII. Probl. II. Cap. V. Lib. II.

V. Per lo più avviene che nell'escavazioni delle fondamenta s' incontrino le sorgive di acqua, l' origine di esse si ha dalla filtrazion dell' acque piovane, e nevi sciolte ne' Monti, come è stato dimostrato per mezzo di esperienze da Perrhault, Mariotte, Sedilau, Delahire, VVallisnieri, ed altri. Queste acque penetrando le viscere della terra da' Monti discendono ne' piani; colla di lo-

di loro gravità si fanno strada a superar quegli ostacoli, che incontrano nella terra, proporzionati alla forza di esse, giungendo ad uno strato di terra della densità a non poter esser superata si espande su di essa, e si mantiene l'acqua dentro terra a quel livello. Diversi accidenti si posson dedurre; può l'acqua discender per luoghi, ove la sua gravità gli supera, e si espande in uno strato della medesima natura, sopra del quale vi sia altro strato di maggior durezza; ed in questo caso si consideri l'acqua essere in un tubo communicante, un braccio di esso sarà la discesa dell'acqua, e l'altra verrà compresso dallo strato duro; se questo si taglia, si vedrà la sorgiva dell'acqua avanzarsi nell'altezza, con quella velocità ricevuta dalla sua discesa, detrattene tutte quelle resistenze, che ha incontrate nella penetrazion della calata; se la velocità nello scendere si è distrutta dagli ostacoli, si osserverà l'acqua nel medesimo livello. Non essendo la terra regolata (*a*) nelle sue viscere, potrebbero incontrarsi due luoghi poco discosti, ne' quali s'incontrarebbero le sorgive a differenti profondità, e della stessa maniera uno di essi ne potrebbe esser privo. Dall'esperienze è dimostrato, che l'acqua non riceve alcuna compressione, perciò sarebbe troppo sicuro piantare un edificio sulla superficie delle sorgive, se le acque non andassero a seconda delle stagioni, e perciò posson crescere, e mancare. Onde è necessario far l'escavazion dentro la sorgiva nella profondità di tre, quattro palmi, e più, secondo la prudenza dell'Architetto, ed a proporzion dell'edificio, che si dovrà costruire, affinchè diminuendosi in parte la sorgiva per deficienza di piova, o neve, resti piantato nell'acqua. Se la sorgiva nella escavazione ascende a maggiore altezza di quella che si trova, per esserci quello strato di terra da non poter' essere

(a) *Cap.* 1.

essere superato dalla velocità dell' acqua nella sua discesa, è necessario profondar la escavazion della determinata misura della superficie dell' acqua compressa ; poichè se l' acqua si mantiene in equilibrio nel braccio ove discende , per la compression che riceve della dura terra nell' altro, la potrà ricevere dall' edificio , che vi si ci pianta in luogo della terra comprimente. Potrebbe l' acqua abbandonare all' intutto il luogo ov' ella si rattrova, o per mezzo di ostacoli , superati per lungo tratto di tempo, o per altre escavazioni, che si potranno fare in luoghi distanti , per cui l' acqua liberamente possa fluire, questa però non si espanderebbe nello strato della terra ov' ella giaceva , ma secondarebbe un particolar luogo di maggior declive , o di maggior rarezza . Perciò è necessario, per la sicura fermezza dell' edificio , fare una palificata nel fondo della cavata , se il suolo non è della densità a poter resistere al peso dell' edificio , affinchè mancando la reazion dell' acqua non possa far qualche mossa il suddetto edificio . I pali dovranno esser tanto distanti tra loro, secondo la prudenza dell' Architetto , e qualità della terra ove sorge l' acqua. In questi casi , la escavazion si farà di tal grandezza , quanto è il pedamento dell' edificio , e non già di maggiore estensione ; poicchè sopraempiendo la rimanente estenzion del fondamento , si darebbe luogo alle sorgive di avanzarsi nell' altezza , e verrebbe a mancar la reazion dell' acqua da sotto il pedamento.

VI. Chiamasi corpo di gravità specifica minore dell' acqua , allorchè il suo peso è minore di un volume di acqua eguale al medesimo corpo. Ogni corpo, che si tuffa nell' acqua , esclude un volume di essa eguale al corpo immerso, e perciò perde tanto di suo peso, quanto è il volume di acqua eguale al corpo. Da ciò si deduce , che i corpi di gravità specifica minore dell' acqua si mantengono a galla di essa , com' è dimostrato nella idrostatica.

Un

Un corpo poi di gravità specifica maggiore dell'acqua si può con arteficio farlo galleggiare, avanzando il volume di esso: per esempio, un pezzo di argento di un oncia è diece volte maggiore di un volume di acqua eguale a se; Se questa oncia di argento si cresce nel suo volume, lavorandosi undici volte di più, diverrà di gravità specifica minore dell'acqua, e perciò andrà a galla. Così avviene il gallegiar de' vascelli col carico delle merci, con tuttocchè ciascuna di esse è di gravità specifica maggiore dell'acqua, pure unite insieme in un volume maggiore, qual'è il vascello, si mantengono a galla. Altrimenti si può per mezzo della pression ridurre un corpo di gravità specifica maggiore dell'acqua ad esser galleggiante in essa, riducendo il corpo ad una determinata sottigliezza. Esperimentò Musschembroek, che posta di piano nell'acqua una lamina di rame del peso di trenta grani, larga linee $2\frac{3}{4}$, lunga pollici 4, e grossa $\frac{1}{4}$ di linea, si manteneva a galla; ciò lo replicò con altre lamine di diverse estensioni, da che dedusse, che nelle parti dell'acqua vi era una certa coesion da superarsi. Ridotta la detta lamina alla nostra misura del palmo, il quale dividesi in dodici parti, ciascuna di esse chiamasi oncia, e questa in cinque, che minuti si chiamano, onde l'intero palmo componesi di sessanta minuti; di questi la detta lamina ne avrà di lunghezza 24, di larghezza 1. 37, e di grossezza 0. 15 di un minuto; il suo peso sarà di acini Napoletani 84. 36. Dalle teorie di sopra espresse, che le pressioni di due corpi sono nella ragion delle superficie di contatto, e della forza di essi, deducesi che un corpo simile, e di proporzional peso della descritta lamina, deesi benanche mantenere a galla. Sicchè dunque se l'arte giungesse a poter costruire uno strato di fabbrica, il quale fosse simile sì nella estensione, che nel peso alla riferita lamina, e la base dello strato sia, per esem-

 pio,

pio, di palmi quadri 16000000, ed il suo peso, unito a quello di un picciolo edificio, che vi si potrebbe porre di sopra, fosse proporzionale al peso della riferita lamina relativamente alla base; questa fabbrica si manterrebbe galleggiante. Da ciò rilevasi, che in qualunque sito, ed in qualunque natura di terreno si posson buttar le fondamenta di ogni edificio, basta solo il proporzionar la base di essi, affinchè il piano sottoposto sia capace a poter resistere al peso dello edificio. La regola di ciò è stata esposta nell' Avvertimento I.

VII. Per una economica condotta dell' Architetto, in alcuni casi deesi far' uso delle palificate, come nelle terre palustri; volendo buttar le fondamenta in queste, seguendo le teorie esposte, dovrebbero esser della estensione intiera dello edificio, e forse maggiori. Per evitar dunque sì esorbitante valore, deesi consolidare il suolo, e ciò si fa con ponervi de' pali, e questi frenarli nelle teste con correnti, e traverse, in guisacchè la parte di fuori formi una graticola, su della quale si butteranno le fondamenta di larghezza poco maggiore di quella de' pareti dell' edificio. Di ciò non se ne dà regola determinata, poichè il tutto dipende dalla prudenza dell' Architetto, esaminando la natura della terra palustre, e le teorie di sopra esposte.

VIII. Avviene sovente di dover fabbricare in alcune terre dilamate. Per terra dilamata s' intende, quella ch' esiste per lo più ne' monti, priva di viscosità, ma è un composto di creta, ed arena, che coll' acqua si scioglie; similmente contiene sotto di se brecce dure, che non s' imbevono d' acqua, e formano il sodo del monte. Le acque dunque sciolgono la detta terra, e non imbevendosene le viscere del monte, anzi ributtandola, la terra seconda la direzione dello scolo dell' acqua, e ne avviene, che da un sito la terra co tutta la piantagione passa in un' altro. Se si volesse fabbricar nel mez-

mezzo di queste terre dilamate, per quante diligenze vi si potrebbero praticare, sarebbe il tutto inutile, poichè giornalmente si veggono effetti stravaganti delle dette terre, per le varie, e diverse mutazioni. Allora rendesi sicura la costruzione in essa, quando si potessero incontrar due luoghi opposti, onde formare una fabbrica stabile, la figura della fabbrica intermedia a questi luoghi dovrebbe esser convessa verso la parte del declive, affinchè possa far resistenza a quelle mutazioni della terra, cagionate dalla piova.

Sia, per esempio, da costruirsi un aquedotto nella falda della terra dilamata ABCD, si eleggano i due luoghi opposti A, C, ove la terra dilamata principia a terminare; in detti luoghi si facciano le palificate AE, CF, come la figura esprime, e si prolunghino fino alla consistenza della terra, coordinandole sempre co' freni a ciascuna di esse, affinchè si abbia una continuata resistenza fino al punto del massimo ostacolo. Indi si faccia la escavazione AGC, convessa verso la sommità B, si buttino le fondamenta, e si termini l'edificio, questo sarà resistente a tutte le mutazioni, che potrebbe ricever la detta terra. Poichè la parte convessa AGC, riceverà l'urto, e per la coordinazion de' materiali lo communicherà agli estremi AE, CF, questi sono guarniti di palificata fitta fino al suolo di naturale consolidazione; dunque non potendosi superar gli estremi AE, CF; lo intero edificio rimarrà stabile, e non soggetto alle mutazioni della terra, che temporaneamente accadono.

Tav. I. Fig. 2.

IX. Dovendosi buttar le fondamenta ne' luoghi di sorgiva è necessario, che la calcina, immediatamente dopo sciolta nell'acqua, si mescoli o colla pozzolana, o colle arene rosse, o negre, affinchè la effervescenza veloce di essa escluda l'umido, e le arene di simil condizione facciano presto lega (a). L'ammasso della calcina sia

D 2 duro,

(a) *Cap.* 1.

duro, acciò per la sua gravità discenda nel fondo, e non si sciolga nell' acqua, l'escavazion si faccia di mediocre estensione a potersi empiere in breve tempo: si impieghi velocità grande nel buttar la calcina, e le pietre, affinchè non sopravanzi l'acqua. Per la durata degli edificj debbonsi buttar tutte le fondamenta, e farle rassettare almeno per lo spazio di sei mesi, acciò il peso da sopraimponersi dell' edificio, gravitando più in un luogo, che in un altro, trovi una resistenza a poterlo soffrire in tutte le sue parti.

X. Le fondamenta fatte a scarpa sono di risparmio di materiali, e di maggior sicurezza dell' edificio. Poichè in minore solidità si ottiene nella base una superficie maggiore nel contatto della terra sottoposta, e questa sempre dee proporzionarsi all' altezza, ed al peso, come si è detto nel Cap. VI.

XI. Dovendosi piantare un edificio in un luogo declive, le fondamenta non debbono seguir la inclinazion del luogo, ma debbono esser piantate orizzontalmente. In questo caso le fondamenta, sottoposte a quella parte dell' edificio superiore, verrebbero di maggior profondità dell' altre nella parte inferiore, e sarebbe inutile; perciò tali fondamenta debbonsi distribuire a porzioni orizzontali nella lunghezza della inclinazione a guisa di scalini: ciascuna parte di essa debb' esser piantata su di una medesima natura di terra atta alla resistenza, come di sopra si è detto.

LL

LIBRO II.

Dello sforzo delle volte contro i piedi dritti ove poggiano.

CAP. I.

De' centri di gravità delle figure piane.

IL Centro di gravità è applicato alle linee, alle superficie, ed a' solidi; gli antichi ne fecero un uso grande, per le dimostrazioni di alcuni astrusi teoremi, e per la soluzion di taluni problemi. Si dimostrò col beneficio del centro di gravità, che la parabola stava al triangolo, che avea la medesima base, e la stessa altezza, nella ragione di 3 : 2; che qualunque porzion d' Iperbola, stà al triangolo iscritto, che ha la medesima base, e la stessa altezza, come le due terze parti della somma del lato traverso, e porzion del diametro corrispondente alla retta, che unisce il centro della sezione, ed il centro di gravità della detta porzione. Similmente venne dimostrato, che qualunque porzion di ellisse, o di cerchio, stà al triangolo iscritto della medesima base, ed altezza, come i due terzi del diametro dell' altra porzione alla retta, che unisce il centro della figura, ed il centro di gravità della porzione. Di tutti i problemi, risoluti coll' uso del centro di gravità, è degno quello della quadratura del cerchio; poichè trovandosi il centro di gravità della semiperiferia di un cerchio, e trovando una terza proporzionale in ordine alla retta, che unisce il centro del cerchio, ed il detto centro di gravità, che sarà la base della quadratrice, ed al raggio del medesi-

mo cerchio: questa terza proporzionale presa quattro volte sarà la base del triangolo, che avrà per altezza il raggio, e sarà eguale al cerchio medesimo. L' uso, che noi faremo del centro di gravità delle superficie, sarà meccanico, nelle quali ci adattaremo la potenza, e la resistenza. Centro di gravità della superficie s' intende quel punto, nel quale si mantengono in equilibrio le parti di essa, se diventasse solido di una medesima grossezza. Perciò è d' avvertirsi, che parlando delle superficie s' intende anche parlar de' corpi, poichè dividendosi in elementi infinitamente piccioli i suddetti corpi, sempre abbiamo la stessa superficie, e sempre il centro di gravità cadrà nello stesso sito respettivamente alla superficie. Il ritrovamento del centro di gravità nelle varie figure di uso in questo nostro trattato dipende dai seguenti.

PROBLEMA I.

Trovare il centro di gravità in un triangolo qualunque.

Tav. I. Fig. 3.

SIa dato il triangolo ABC, trovare il centro di gravità di esso.

Dividasi il lato AC, in due parti eguali nel punto E, e si unisca il punto B, col punto E, per mezzo della retta BE; si divida similmente il lato BC, in due parti eguali nel punto D, e si uniscano i due punti A, D, per mezzo della retta AD, queste s' intersechino nel punto O. Dico, che il punto O, sia il centro di gravità del triangolo ABC.

Si concepisca il triangolo ABC, diviso ne' suoi elementi con rette parallele al lato AC; la retta BE, dividendo AC in due parti eguali, dividerà gli elementi di esso benanche in due parti eguali, e perciò il centro di gravità sarà nella retta BE. In oltre concepiscasi lo stesso

stesso triangolo ABC, diviso ne' suoi elementi con rette parallele al lato BC, questi saranno divisi in due parti eguali dalla retta AD, e perciò in questa retta dovrà essere il centro di gravità. Dovendo dunque essere il centro di gravità tanto nella retta BE, quanto nella retta AD, sarà il punto O, ch'è commune all' una, e all' altra. Ciocchè doveasi trovare.

COROLLARIO I.

Si prolunghi il lato BA, verso G, e per li punti E, C, si tirino le rette EF, CG, parallele ad AD, le quali si vadino ad unir nella retta AG, ne' punti F, e G. Nel triangolo GBC, si averà BD : DC = BA : AG (a), ed essendo BD = DC; sarà BA = AG. Per la medesima ragione nel triangolo GAC, si averà AE : EC = AF : FG, ed essendo AE = FC, sarà AF = FG; onde BA, sarà dupla di AF. Inoltre nel triangolo FBE, si avrà BA : AF = BO : OE, ed essendo BA, dupla di AF, sarà benanche BO, dupla di OE; onde OE, sarà la terza parte di BE. Sicchè dunque il Centro di gravità in un triangolo trovasi nella terza parte della retta, che unisce la metà della base, ed il vertice dell' angolo opposto.

COROLLARIO II.

Nel parallelogrammo ABCD, si tirino le due diagonali AC, BD, le quali s' intersechino nel punto O, si avrà, che il Centro di gravità nel triangolo BAD, sarà in AO; in quello ABC, sarà in BO; in quello BCD, sarà in CO; e finalmente nel triangolo ADC, sarà in DO. Ma il Centro di gravità è un sol punto; dunque do-

Tav. I. Fig. 4.

(a) *Prop. 2. lib. 6.*

dovendo essere commune alle dette quattro rette, sarà il punto O. Sicchè il Centro di gravità di un parallelogrammo è il punto dell' intersezione delle due diagonali.

COROLLARIO III.

Essendo la direzion de' gravi la perpendicolare sull' orizzonte, sarà perciò la direzion del Centro di gravità di una figura la perpendicolare, che si abbassa da esso sulla base.

TEOREMA I.

Tav. I. Fig. 5. Nel triangolo rettangolo ABC, la direzion del Centro di gravità cadrà sulla terza parte della base BC.

Dividasi la base BC, in due parti eguali nel punto D, e si unisca col vertice A, per mezzo della retta AD, sia DO, terza parte di essa; il punto O, sarà il Centro di gravità del medesimo triangolo *(a)*. Dal punto O, si abbassi la retta OE, perpendicolare sopra la base BC, che sarà la direzion del Centro di gravità *(b)*. Dico, che BE, sia la terza parte di BC.

Nel triangolo BDA, si avrà

$$DO : OA = DE : EB \ (c)$$

Componendo DA : DO = DB DE *(d)*. Essendo DO, la terza parte di DA, sarà DE, la terza parte di BD. Ma BD è eguale a DC; onde ED, sarà un sesto di BC, e BE, sarà due sesti, e perciò BE, sarà il terzo di BC. Ciocchè doveasi dimostrare.

TEO-

(a) *Corol. 1. probl. prec.*
(b) *Corol. 3. probl. prec.*
(c) *Prop. 2. lib. 6.*
(d) *Prop. 18. lib. 5.*

TEOREMA II.

Sia ABCD, un quadrilatero, nel quale si tiri la diagonale AC, quello si risolve per mezzo di essa in due triangoli ABC, ACD. Sieno E, ed F, i Centri di gravità de' riferiti due triangoli, i quali si uniscano per mezzo della retta EF. Dico, che se la retta EF, è divisa in O, in maniera che EO, stia ad OF, come il triangolo ACD, al triangolo ABC; il punto O, sarà il Centro di gravità del quadrilatero ABCD.

Tav. I. Fig. 6.

Essendo E, ed F, centri di gravità de' due triangoli ABC, ACD; presi questi com' elementi di due solidi (a); faranno essi l'officio di due azioni nell' estremo della verga EF. Ma per principio statico due azioni, situate negli estremi di una verga priva di peso, allora saranno in equilibrio, quando la verga è divisa in ragione inversa delle dette azioni; dunque essendo EO, ad OF, come il triangolo ACD, al triangolo ABC, sarà il punto O, quello dell' equilibrio del rettilineo ABCD, e per conseguenza centro di gravità. Ciocchè doveasi dimostrare.

PROBLEMA II.

Dato un quadrilatero, che abbia due lati paralleli, trovare in esso il centro di gravità.

Sia dato il quadrilatero ABCD, che abbia i due lati BC, AD, paralleli, trovare in esso il centro di gravità.

Tav. I. Fig. 7.

Si tiri la retta AC; e dividansi le due rette AD, BC, in due parti eguali ne' punti E, F, e si uniscano per mezzo delle rette CE, EF, FA. Si divida in oltre AC, in tre parti eguali ne' punti I, H, e si tirino le

E rette

(a) *Cap. prec.*

rette IK, GH, parallele ad AD, che interſechino le rette CE, AF, ne' punti L, M; e ſi uniſcano queſti punti per mezzo della retta ML, la quale divida la EF, nel punto O. Dico, che il punto O, ſia il centro di gravità del quadrilatero ABCD.

Eſſendo IK, GH, parallele ad AD, BC, ſi avrà

$$AE : MP = EF : FP$$
$$FC : QL = EF : EQ$$

ed eſſendo per coſtruzione $FP = EQ$
ſi avrà $EF : FP = EF : EQ$
Dunque $AE : MP = FC : QL$
e permutando $AE : FC = MP : QL$
ovvero $AD : BC = MP : QL$
ma $MP : QL = MO : OL$ (*a*)
dunque $AD : BC = MO : OL$

Ma AD, ſta a BC, come il triangolo ACD, al triangolo BAC (*b*). Sicchè dunque per lo Teorema precedente il punto O, ſarà il centro di gravità del propoſto quadrilatero ABCD. Ciocchè doveaſi trovare.

L E M M A.

Sia la proporzione $a : b = c : d$. Dico, che il duplo antecedente più il conſeguente, ſtia al duplo conſeguente più l'antecedente della prima ragione, come il duplo antecedente più il conſeguente, al duplo conſeguente più l'antecedente della ſeconda ragione, cioè

$$2a + b : 2b + a = 2c + d : 2d + c$$

Eſſen-

(a) *Prop. 4. lib. 6.*
(b) *Prop. 1. lib. 6.*

Essendo i quattro termini a, b, c, d proporzionali, avremo $ad = bc$ (a)

Molt. per 3

Si avrà $3ad = 3bc$

aggiuntovi ad

Sarà $4ad = 3bc + ad$

agg. bc

sarà $4ad + bc = 4bc + ad$

agg. $2db + 2ac$

Si avrà $4ad + 2db + 2ac + bc = 4bc + 2db + 2ac + ad$

e risolvendosi in proporzione sarà

$2a + b : 2b + a = 2c + d : 2d + c$. Ciocchè doveasi dimostrare.

COROLLARIO.

Tav. I. Fig. 7.

Essendosi dimostrato, che

$AD : BC = MO : OL$

ed $MO : OL = PO : OQ$ (b)

Onde $AD : BC = PO : OQ$.

e per lo lemma precedente, si avrà

$2AD + BC : 2BC + AD = 2PO + OQ : 2OQ + OP$.

Ma essendo per costruzion le tre rette AI, IH, HC eguali tra loro, eguali ancora saranno le altre tre rette EQ, QP, PF; Perciò sarà

$2PO + OQ = OF$, e $2OQ + OP = EO$.

Sicchè dunque si avrà

$2AD + BC : 2BC + AD = OF : OE$.

E per conseguenza il punto O, ch' è il centro di gravità del quadrilatero ABCD, i due lati del quale AD, BC, sono paralleli, si avrà, se si dividano i due lati AD, BC, in due parti eguali ne' punti E, F, e si unisca-

E 2

(a) *Prop.* 16. *lib.* 6.

(b) *Prop.* 4. *lib.* 6.

ſcano queſti per mezzo della retta EF, e dividaſi nel punto O. in guiſacchè

$$FO : OE = 2\,AD + BC : 2\,BC + AD.$$

AVVERTIMENTO I.

Per divider dunque la EF, nel punto O, il quale ſia Centro di gravità del quadrilatero ABCD, deeſi trovare un quarto proporzionale, dopo la ſomma de' due lati AD, BC, tre volte preſa, la ſomma del duplo lato BC più l'altro lato AD, e la retta FE; il quarto proporzionale ſarà EO. Poichè eſſendoſi dimoſtrato, che

$$FO : OE = 2AD + BC : 2BC + AD$$

Componendo, ſi avrà

$$FE : OE = 3\,(AD + BC) : 2BC + AD.$$

AVVERTIMENTO II.

Da ciocchè di ſopra è ſtato dimoſtrato, ſi rileva la maniera di trovare in che luogo della baſe di un quadrilatero ſcaleno, il quale abbia due lati paralleli, cada la linea di direzion del Centro di gravità, eſſendo dati i lati paralleli, la perpendicolare, e la diſtanza dalla detta perpendicolare alla baſe. Sieno dati nel quadrilatero ABCD, i due lati paralleli AD, BC, data la perpendicolare BE, e data la retta EA, che uniſce la detta perpendicolare, e la baſe AD, per trovare il luogo I, nella baſe AD, ove cada la linea di direzione KI, del Centro di gravità K; concepiſcaſi diviſa AD, in due parti eguali nel punto F, e la BC, in G; ſi abbaſſi da G, la perpendicolare GH; e s'intenda il punto K, eſſere il Centro di gravità del quadrilatero ABCD, dal quale ſi concepiſca abbaſſata la retta KI. Eſſendo cogniti i due lati AD, BC, ſaranno cognite ancora le di loro metà AF, BG, ed eſſendo data la EA, avremo

Tav. I. Fig. 8.

mo cognita la HF. Onde nel triangolo rettangolo GHF, sarà cognito non solo il lato GH, com' eguale alla perpendicolare BE, m' anche il lato HF; si saprà perciò l'angolo GFH, e per conseguenza il lato GF. Indi dividasi la retta GF, nella ragione espressata nell' avvertimento precedente, e si avrà il Centro di gravità K, nella posizion di GF; finalmente si trovi un quarto proporzionale dopo le rette GF, HF, KF, questo sarà FI, distanza della posizion della linea di direzion del Centro di gravità dalla metà della base di esso quadrilatero.

Sia AD = 8; BC = 6: sarà AF = 4; BG = 3; EA = 6; e la perpendicolare BE = 200; sarà EF = 10, ed HF = 7. Indi facciasi come 7, a 200, così il seno tutto, al quarto proporzionale 285714285, che sarà la tangente dell' angolo GFH, il quale sarà di gradi 87. 59'. Facciasi similmente, come il seno tutto, alla secante del riferito angolo di gradi 87. 59', così HF, al quarto proporzionale 198. 918, che sarà retta GF, che unisce le metà de' lati paralleli del quadrilatero. Ritrovisi dopo la tripla somma de' due lati paralleli AD, BC, ch' è 42; la somma della dupla BC, più AD, ch' è 20; ed il numero ritrovato 198. 918, ch' esprime la retta GF, il quarto proporzionale 94. 722, che sarà FK, distanza del Centro di gravità K nella retta FG. Finalmente dopo i tre numeri 198. 918, ch' è la retta GF; 94. 722, ch' è la retta FK; e 7, ch' è la retta HF, trovisi il quarto proporzionale 3. 333. che sarà FI, distanza della posizion della linea di direzion del Centro di gravità dal punto F, della metà della base. Sicchè dunque AI, sarà eguale a 0. 667, che vale il dire la direzion del centro di gravità del riferito quadrilatero ABCD, colle condizioni di sopra espresse cadrà presso a poco $\frac{2}{3}$ dell' unità de' detti numeri dentro la base AD.

AVVERTIMENTO III.

Rapprefentando le riferite figure piane i profili de' folidi, de' quali, tali figure fi poffon prendere per elementi; fi avranno perciò, colla norma efpreffa, i Centri di gravità, e le direzioni di effi de' medefimi folidi.

C A P. II.

Delle varie fpecie di vette, e delle diverfe applicazioni delle Potenze.

PEr vette s' intende un afta infleffibile, per mezzo della quale s' innalzano i pefi, da noi fi confidera priva di gravità. Nella lunghezza di effo tre punti fi affegnano, uno per la refiftenza premente, il fecondo per la potenza movente, ed il terzo per l' ippomoclio, o fia punto di appoggio. Perciò i meccanici a tre diverfe fpecie l' hanno diftinto, l' hanno chiamato di primo genere quando l' ippomoclio trovafi tra la potenza, e la refiftenza; di fecondo quando la refiftenza è tra l' ippomoclio, e la potenza; di terzo genere finalmente è quando la potenza fi trova tra l' ippomoclio, e la refiftenza. E' dimoftrato in meccanica, che l' equilibrio della potenza, e refiftenza in un vette fi fa, allorchè quefte fono nella ragion reciproca delle di loro diftanze dall' ippomoclio. Se il punto della potenza vogliafi variare, diverfa farà la fua azione, il ritrovamento della quale dipende dal feguente.

PRO-

PROBLEMA I.

Dato un vette di primo genere, nel quale sia in equilibrio la potenza, e la resistenza, trovare il valor della potenza trasportata in altro sito nel medesimo vette con una formola generale.

Sia dato il vette AB, nel quale sia R, la resistenza; P, la petenza; e C l'ippomoclio. Si desidera trasportar la potenza P, nel punto D, la quale faccia lo stesso equilibrio colla resistenza R, di quella che la fa trovandosi in B.

Tav. I. Fig. 9.

Per lo principio espresso di sopra è dimostrato da meccanici, allontanandosi la potenza P, dall' ippomoclio si diminuisce la sua azione. Nominasi perciò lo sforzo che dee far la potenza in $D = x$; pongasi il braccio $CB = a$; il braccio $DC = b$; il peso o sia la potenza in B eguale a p. Per la proprietà dell' equilibrio sarà

	$B : A = AC : CB$
e	$D : A = AC : CD$.
Dunque	$D : B = CB : CD$
ovvero	$x : p = a : b$
onde	$x b = p a$
ed	$x = \frac{p a}{b}$

Sicchè per aver la forza, colla quale quella agirà in D, deesi moltiplicar quella che aveva in B, per lo braccio CB, ed il prodotto dividerlo per tutta la lunghezza CD, il quoziente sarà ciocchè si è domandato.

COROLLARIO I.

Da ciocchè si è dimostrato rilevasi, che il prodotto della resistenza nel suo braccio, sia eguale al prodotto della

della potenza nel braccio corriſpondente, poichè
$B \times CB = A \times AC$.

COROLLARIO II.

Eſſendo $xb = pa$, ſi avrà
$D : B = CB : CD$.
Sicchè dunque due potenze applicate nel braccio CD, ſono nella reciproca ragion delle di loro diſtanze dal punto di appoggio C.

AVVERTIMENTO I.

Il vette AD, ſi conſidera da noi privo di peſo, per l'applicazione, che dobbiam farne: ſia dunque, per eſempio CB = 20; la potenza in B = 6, che farà equilibrio col peſo R, il quale lo ſupponiamo 60, ed AC, dovrà eſſer 2; ſia in oltre CD = 30. Il prodotto della potenza in B, per lo braccio CB, ſarà 120; queſto diviſo per lo braccio CD, il quoziente 4, ſarà la potenza traſportata in D. Ed infatti col dato peſo R, il braccio AC, ed il braccio CD, delle dimenſioni di ſopra eſpreſſe, la potenza in D, dovrà eſſer 4; quanto ſi è ritrovata.

COROLLARIO I.

Se vogliaſi poi traſportar la potenza dal luogo D, in B, nel medeſimo vette, la proporzione ſi muterà nella ſeguente

$$p : x = a : b$$

e ſarà $xa = pb$

onde $x = \frac{pb}{a}$

il valore di p, ſarà la potenza applicata in D; onde per avere il valore della potenza traſportata in B; deeſi mol-

moltiplicar la data potenza per lo braccio CD, ed il prodotto deesi dividere per lo braccio CB, il quoziente sarà il valore della potenza trasportata in B.

COROLLARIO II.

Se abbiam due potenze, applicate ne' punti B, D, le quali agiscano con una medesima direzione, dovendosi queste ponersi a calcolo, una di esse si trasporti nel luogo dell'altra; la somma poi della potenza trasportata, e di quella che si ritrovi nel medesimo sito, sarà la potenza, che farà equilibrio colla stessa resistenza.

COROLLARIO III.

Avendo poi due potenze, che agiscano con direzioni contrarie, cioè quella in B, con direzione BE, aggiungendo peso alla resistenza, e quella in D, con direzione DF, le quali potenze facciano equilibrio colla medesima resistenza; per ponersi a calcolo la potenza; deesi trasportare una di esse nel luogo dell'altra, e l'eccesso dell'una su dell'altra, sarà la potenza, che farà equilibrio colla data resistenza.

AVVERTIMENTO II.

Nel vette AD, sia AC = 2; CB = 20; CD = 30; sia il peso R = 60; il quale agisca verso AR; all'incontro vi sia uno sforzo in B, che agisca con direzione BE, e sia 9; la potenza in D, colla direzione DF, per fare equilibrio colle dette forze, sarà 10; si trasporti adunque lo sforzo in B, nel luogo D, nel qual sito sarà 6. Onde la potenza in D, colla direzione verso DF, sarà 4, che manterrà il medesimo equilibrio. Poichè lo sforzo in B, colla direzione BE, aumenta lo sforzo del-

la resistenza R; quello trasportato nel luogo A, sarà 90, aggiuntovi la resistenza R = 60; il peso in A, sarà 150, e farà equilibrio colla potenza in D = 10. Trasportandosi poi lo sforzo dal B = 9, rimanendo la resistenza R = 60, nel luogo D, si diminuirà, e diverrà 6. Onde l'eccesso della potenza in D, colla direzione DF, sopra lo sforzo BE, colla direzione BE; in equilibrar la resistenza R, sarà 4.

Se poi vogliasi trasportar la potenza dal sito D, a quello di B, colla direzione BP; moltiplicandosi la medesima, ch'è 10, per 30, ch'è il suo braccio, e dividendosi per 20; il quoziente 15, sarà la riferita potenza trasportata nel luogo B. Onde l'eccesso dell' azione per la direzione BP, sullo sforzo per la direzione BE, sarà 6, che farà equilibrio colla data resistenza.

AVVERTIMENTO III.

Per lo teorema fondamental della statica si ha, che la potenza sta alla resistenza in un vette, nella ragione reciproca delle distanze dal punto di appoggio, o sia ippomoclio. Le distanze sono le perpendicolari, che si abbassano dall' ippomoclio sulle direzioni de' pesi, se questi non gravitano perpendicolarmente sopra il vette. Il vette può esser retto, come il sopradescritto, e ricurvo come BCA, ed in questo caso, sia C, l'ippomoclio, R, la resistenza, e la direzion della potenza sia BD, perpendicolare alla BC; l'equilibrio accaderà, se la potenza sia alla resistenza, come AC, a CB. Se poi la potenza agisca colla direzione BE, cioè sia tirata verso E, si farà l'equilibrio, se la potenza spingendo verso BE, stia alla resistenza R, come AC, a CF, ch'è perpendicolare, abbassata dall' ippomoclio C, sulla direzione BE, della potenza, poichè queste linee saranno le distanze dall' ippomoclio.

Tav. I. Fig. 10.

Tut-

Tutti gli accidenti di permuta delle potenze, dimostrate di sopra nel vette retto, hanno luogo ancora nel vette ricurvo. Se le direzioni delle potenze in B, e G, agiscano come BD, GH, perpendicolari a BC, si porranno a calcolo i bracci BC, GC. Se poi le medesime potenze spingano con direzioni BE, GI, allora in vece de' bracci BC, GC, si dovranno porre a calcolo le perpendicolari CF, CK, calate dall' ippomoclio su dell' enunciate direzioni, per esser le distanze dal punto di appoggio.

Tav. I. Fig. 11.

COROLLARIO.

Se la potenza p, si voglia trasportar nel punto D, e farla rimaner del medesimo valore, allora l'effetto di essa si avrà moltiplicando la potenza p, per la lunghezza CD, ed il prodotto si divida per CB. Così ancora accade in tutti gli accidenti enunciati di sopra, moltiplicando sempre la potenza per lo braccio ove si trasporta, ed il prodotto dividasi per lo braccio da dove si è mossa.

Tav. I. Fig. 9.

PROBLEMA II.

Trovare l' ippomoclio di una potenza, e resistenza, sospese agli estremi di un vette, che poggia su di un piano egualmente resistente.

Sia il vette AB, che poggia sul piano T, egualmente resistente, trovare delle varie resistenze, e potenze, che si equilibrano nel medesimo vette, l' ippomoclio nella lunghezza del piano CD.

Tav. I. Fig. 12.

Suppongasi D, l' ippomoclio nel vette AB, la resistenza sarà in equilibrio colla potenza, se

$$r : P = BD : AD.$$

ſuppongaſi in oltre eſſere il punto C, l'ippomoclio, avremo perciò

$$R : p = BC : AC.$$

ed eſſendo AC, minore di DB, ſarà la ragion di AD, ad AC, maggiore della ragion di BC : BD; e perciò ſi avanza la reſiſtenza, relativamente alla potenza, per quanto la prima ragione è maggiore della ſeconda. Onde per trovarſi l'ippomoclio O, deeſi dividere la lunghezza del vette AB, in O; in guiſacchè la ſomma della reſiſtenza, e potenza, ſtia alla reſiſtenza, come la intera lunghezza AB, a BO. Poichè le intermedie reſiſtenze tra la maſſima R, e la minima r, ſempre ſaranno in equilibrio colla potenza minima p, o colla maſſima P, ovvero coll' intermedie; per eſſer ſempre l'ippomoclio nella lunghezza CD, di un piano egualmente reſiſtente. Ma la potenza, e la reſiſtenza ſono in equilibrio, quando il vette è diviſo nella reciproca ragion di eſſe; Dunque dividendoſi la AB, nella enunciata ragione in O, ſi avrà ciocchè ſi andava cercando.

AVVERTIMENTO I.

Sia, per eſempio, AC = 2, CD = 8, DB = 12; ſuppongaſi il punto C, ippomoclio, e la potenza p = 4; la reſiſtenza R, ſarà 40. Suppongaſi in oltre il punto D, l'ippomoclio, e la potenza P = 5; ſarà la reſiſtenza r = 6. Onde le reſiſtenze intermedie tra i due numeri 40, e 6, ſempre ſaranno in equilibrio, colla potenza 4, ovvero 5, o coll' intermedie ad eſſe, poichè l'ippomoclj ſaranno ſempre nella lunghezza reſiſtente CD. Sicchè dunque per trovare il punto dell' ippomoclio per porſi a calcolo, è neceſſario dividere l'AB, nella ragione eſpreſſa nel precedente problema.

CO-

COROLLARIO.

Nella leva ricurva BCA, vi sia la resistenza IHC, e l'ippomoclio in C; la potenza in B, sarà variabile a far' equilibrio colla determinata resistenza R; ed affinchè la potenza in B, possa superar la resistenza R, il punto di appoggio deesi considerare in H. Onde nel caso di equilibrio la potenza in B, sarà alla resistenza R, come AC: HB.

Tav. I. Fig. 10.

AVVERTIMENTO II.

Se il piano T, su del quale vi sia poggiato il vette AB, non sia egualmente resistente, ma il solo punto C, sia resistente, e da C, andando in D, sia progressivamente da comprimersi; La potenza in B, e la resistenza in A, debbonsi considerare come fossero sospese dal punto C, e nel braccio CB, della potenza vi sia una resistenza che si superi in tutta la lunghezza CD. Essendo il punto C, resistente, e la densità del piano quiescente T, andandosi diminuendo progressivamente in D; la resistenza sarà la massima in C, e la minima in D; perciò la media sarà nella metà di tutta la lunghezza CD. Onde per farsi equilibrio tra la potenza P, e la resistenza R, deesi considerar l'ostacolo medio della progressiva compressione nella lunghezza CD, trasportato in B (*a*), e detratto dalla potenza P; l'eccesso della detta potenza sul menzionato ostacolo, starà alla resistenza R, come AC: CB.

Tav. I. Fig. 11.

TEO-

(a) *Corol.* 3. *probl.* 1.

TEOREMA.

La pressìon diretta sta alla pressione obbliqua, come il seno tutto al seno dell' angolo dell' obbliquità.

Tav. I. Fig. 13. Sieno due pressioni espresse dalle due rette CD, CE, la prima diretta, e la seconda obbliqua su di AB. Dico, che la pressione CD, stia alla pressione per CE, come il seno tutto CE, al seno CD della incidenza della medesima pressione.

Le pressioni si ripetono dalle quantità di materia premente, queste sono come i volumi avendo le densità eguali, e' volumi avendo le basi eguali sono come le altezze; Onde le pressioni di due corpi di eguali densità; e basi, sono come le altezze de' medesimi, e perciò la pressione espressa colla direzione CE, sarà eguale alla pressione espressa dalla perpendicolare CD. Ma la pression di CD, posta nella direzion di CE, è tanto minore della pressione di tutta CE, quanto la CD, è minore di CE; e così al contrario; Dunque la pression di CD, sta alla pression della medesima CD, nella direzione CE, come CE : CD. Ma presa CE, per seno tutto, sarà la CD, seno dell' angolo dell' obbliquità della pressione; Sicchè la pression diretta sta alla pressione obbliqua, come il seno tutto, al seno dell' angolo dell' obbliquità. Ciocchè doveasi dimostrare.

COROLLARIO.

Tav. I. Fig. 14. Se il vette AC, ha il suo ippomoclio in A, e mercè una potenza applicata in C, dee comprimere il solido ABGH; se la potenza agisca per la direzione CE, obbliqua al vette CA, questa debb' esser tanto maggiore a quella che ci vorrebbe se agisse con direzione CD, perpen-

pendicolare su di AC, quanto la CF, è maggiore di FB. Sicchè dunque tanto maggior forza ci vuole a comprimere il corpo ABGH, con direzione obbliqua, di quello che ci vorrebbe con retta direzione, quanto il seno tutto è maggiore del seno dell'obbliquità, o sia CF, maggiore di FB.

AVVERTIMENTO I.

Se fosse profondata una terra da B, in A, e vi fosse eretta il vette AC, col suo ippomoclio in A, ed una forza applicata in C, spingesse la terra AB, ad esser compressa; per determinar la forza applicata in C, è necessario, che sia cognita la lunghezza AC, quella di AB, la direzion della forza, e la natura della terra ad esser compressa. Si esamini la forza per comprimer la terra ne' luoghi B, ed A *(a)*, e suppongasi in B, la forza 10, ed in A, la forza 30. Indi se ne prenda la semisomma delle dette forze, per aver la forza atta a comprimer nel luogo O, medio tra B, ed A, sulla ipotesi, che la terra da B, in A, cresca progressivamente in densità; la forza dunque a poter comprimer nel luogo O, sarà 20. Suppongasi la lunghezza AC = 20, quella di AB = 8; onde AO, sarà 4. Se la forza applicata in C, agisca colla direzione CD, perpendicolare su di AC, questa dovrà essere a quella in O, come AO, ad AC; dunque per comprimer la terra AB, colla forza nella direzione CD, vi si debbe impiegare una forza equivalente a 4. Se poi la direzion della forza fosse obbliqua, come CF, è di bisogno sapersi, o l'angolo FCB, per mezzo del quale col calcolo trigonometrico si farebbe cognita la ragione di CF, ad FB, ovvero esser cogniti questi due lati del triangolo FBC, rettangolo in B;

(a) *Cap. 6. lib. 1.*

B; suppongasi FC = 5; ed FB eguale a 3: dalle dottrine di sopra espresse, la forza da impiegarsi in C, colla direzione CF, a comprimer la terra AB, deesi avanzare a $6\frac{2}{3}$.

AVVERTIMENTO II.

SI può ancora risolvere il ritrovamento della forza da impiegarsi nel punto C, con qualunque direzione, per mezzo della dottrina del semplice vette. Suppongansi i dati espressi nell' Avvertimento precedente, e si abbassi dall' ippomoclio A, la perpendicolare AI, sulla direzione CE, sarà il triangolo AIC, simile al triangolo FBC, per esser l' angolo FCB, commune, e gli angoli FBC, CIA, retti. Onde sarà CF : FB = CA : AI, e per conseguenza sarà AI = 12; e sarà la forza applicata nella direzione CE, a comprimer la terra BA, eguale a $6\frac{2}{3}$ (a).

AVVERTIMENTO III.

Sia il vette ricurvo CAK, della condizione enunciata negli avvertimenti precedenti, ed abbia in K, la resistenza R, la quale faccia equilibrio colla potenza applicata in C, colla direzione CD, con forza 15, abbia l' ostacolo della terra ABGH, riferito di sopra; per aver la potenza da superar la resistenza R, e l' ostacolo della terra, deesi trasportar l' ostacolo da O, in C, ed aggiungerlo alla potenza. Essendo dunque la resistenza in O, eguale a 20. (b), sarà questa trasportata in C = 4 (c): aggiuntovi la forza 15, che fa equilibrio colla resistenza R, si avrà la potenza in C, colla direzione CD, egua-

(a) *Avvert.* 2. *probl.* 1.
(b) *Avvert.* 1. *Teor. prec.*
(c) *Probl.* 1.

eguale a 19. Se la potenza agisca colla direzione obbliqua CE, sarà eguale a 25. per fare equilibrio colla resistenza R, trasportandosi l'ostacolo da O, in C, i bracci AO, AC, si avranno in AI, AP (*a*), e sarà il detto ostacolo trasportato nella direzione CE, eguale ancora a 4. Poichè colla medesima direzione CE, sarà compressa la terra ABGH, e perciò facendosi OP, ch' esprima la direzione della terra, parallela a CI, si avrà AC : AO = AI : AP; onde il medesimo valore si avrà trasportandolo in C, colla direzione CD, di quello in C, colla direzione CE. Sicchè dunque la forza in C, colla direzione CE, dovrà esser 29. per la resistenza R, ed ostacolo della terra.

AVVERTIMENTO IV.

E' da notarsi, che tanto vale il tirar da C in D, il vette CAK, quanto l'urtar da C, in D. Poichè le direzioni de' sforzi sono quelle che agiscono indistintamente tra il tirare, e l'urtare.

CAP. III.

Della resistenza de' Corpi nel frangersi.

LA coesion de' corpi si ripete dall' attrazione (*b*): questa viene con maggior forza ad esser superata, se per dritto si tirino i solidi, e con minore se per traverso si violentino; da ciò dipende la distinzion fatta di coerenza assoluta, e relativa. Han creduto alcuni Autori di determinar la ragion della resistenza assoluta, e relativa, sulla ipotesi che i componenti di un corpo

(a) *Avvert. 2. probl. 1.*
(b) *Cap. 5. lib. 1.*

corpo fossero tanti filamenti, o fibbre: escogitando la forza diretta, e trasversale de' fili di seta dedussero, che questa si avesse potuto ragguagliare indistintamente à tutti i corpi; e perciò alcuni han determinata la forza assoluta alla relativa, essere nella ragion di 3 : 1; altri di 4 : 1. Lasciando da parte le ipotesi, il Musschenbroek esperimentò, che la coerenza assoluta di alcuni solidi, era alla relativa nella ragion di 18 : 1. Essendo adunque indeterminabile la ragion costante, tra la forza assoluta, e quella relativa per rompersi un solido, data la varia natura di essi; e comecchè della seconda deesi tener conto in questa pratica, n'esporremo perciò le teorie con esaminarne le proporzioni delle lunghezze, e grossezze in rapporto alle resistenze.

TEOREMA I.

Tav. I. Fig. 15.

Sia il braccio AB, del vette AC, caricato del solido parallelepipedo ABED, che faccia le veci di resistenza. Dico, che la potenza P, stà alla resistenza ABED, come la metà di AB, a BC.

Si trovi il centro di gravità del rettangolo ABED, e sia O (*a*), e si abbassi la retta OR, perpendicolare su di AB, la quale è direzion del centro di gravità (*b*), e perciò tutta la forza del solido ABED, s'intende unita alla direzione OR: Essendo OR, parallela ad AD, si avrà

$$BO : OD = BR : RA$$

ed essendo $BO = OD$; sarà ancora $BR = RA$. Ma nell'equilibrio la potenza sta alla resistenza, come la distanza dalla resistenza all'ippomoclio, alla distanza dall' ippomoclio alla potenza; Dunque la potenza P, sta alla resi-

(a) *Corol.* 2. *probl.* 1. *cap.* 1.
(b) *Corol.* 3. *probl.* 1. *cap.* 1.

resistenza del solido ABED, come BR : BC. Ciocchè doveasi dimostrare.

COROLLARIO I.

Se il braccio AB, della leva ricurva ABC, stia legato in tutte le parti al solido ABED, e la potenza P, debba superar la resistenza, distaccando il braccio AB, dal detto solido; la potenza, per lo teorema precedente, debb' essere alla resistenza, come la metà di AB, ch' è RB, a BC (*a*), avanzando la potenza un grado di più per toglier l' equilibrio.

Tav. I. Fig. 16.

COROLLARIO II.

Sia il solido prismatico ABCD, fitto nel muro BM, a perpendicolo, ed il muro eretto ad angoli retti sull' orizonte, nell' estremo CD, intendasi la forza del peso P. Dovendosi il prisma spezzar per l' azion del peso, la frattura si farà in AB, ch' è nel taglio del muro, il quale gli serve di sostegno. Onde il prisma ABCD, sarà una leva ricurva, il suo punto di appoggio sarà nel punto B, il braccio della potenza, o sia forza per doverlo romper sarà BC, ed il braccio della resistenza, o sia coesione del detto prisma sarà AB. Sicchè dunque la forza P, starà alla resistenza del prisma, come la metà di AB, a BC, avanzando la enunciata forza un poco, si avrà la rottura del prisma in AB.

Tav. I. Fig. 17.

AVVERTIMENTO.

Finora si è considerato il vette privo di peso, e così ancora il prisma ABCD. Ma l' azion del peso asso-

G 2 luto

(a) *Avvert.* 2. *Probl.* 1. *Cap.* 2.

luto del prisma aggiunge forza alla potenza; dunque deesi un tal peso considerare, e tenersene conto. Stando il prisma ABCD, sostenuto nella estremità AB, il suo peso è distribuito in tutta la sua lunghezza uniformemente, secondo le distanze dall'ippomoclio B (*a*), onde le parti più prossime a B, gravitano meno di quelle che ne sono più distanti; sicchè compensando l'une coll'altre, il solido si riduce a gravitar nel suo centro, o sia nella metà di BC, per essere il solido un prisma. Ma un peso pendente dalla estremità C, ha momento duplo, di quello, se fosse sospeso nel mezzo; dunque al peso assoluto P, deesi aggiunger la metà del peso del prisma, e la somma di questi pesi deesi considerar collocata nell'estremo C.

COROLLARIO III.

Essendosi dimostrato, che la potenza unita alla metà del peso del prisma, stia alla resistenza per rompersi, come la metà della grossezza del prisma, alla intera lunghezza; dunque è più facile rompere un prisma per largo, che per contrario; poichè il braccio della resistenza nella prima situazione è minore del secondo.

LEMMA.

Se abbiam le due proporzioni

$a : b = c : d$

$e : b = c : f$

Dico, che starà $a : e = f : d$

Essendo $a : b = c : d$

Sarà $ad = bc$ (*b*)

Così ancora $ef = bc$

Onde

(a) *Corol. prob.* 1. *cap.* 2.

(b) *Prop.* 16. *lib.* 6. *Eucl.*

Onde *ad* sarà eguale ad *ef*; e per conseguenza sarà
$a : e = f : d$. Ciocchè doveasi dimostrare

TEOREMA II.

Le potenze applicate negli estremi di due prismi di eguali grossezze, per romperli, sono nella ragione inversa delle lunghezze di essi.

SIa il prisma ABCD, fitto ad angoli retti nel muro BM, a perpendicolo sull'orizzontale. Dico che la potenza applicata in C, a rompere il detto prisma, sta a quella applicata in E, come BE, a BC. Tav. I. Fig. 17.

La potenza applicata in C, dicasi C; quella in EF, chiamisi E; il peso di tutto il gattone ABCD, sia P; quello del gattone ABEF, sia p, e la resistenza a rompersi in EF, si denomini R. Si avrà

$C : R = \frac{1}{2} AB : BC$ (*a*)

ed $E : R = \frac{1}{2} AB : BE$

Onde per lo lemma precedente sarà

$C : E = BE : BC$

Considerando ora il peso di entrambi i prismi nel di loro centro di gravità (*b*), si avrà

$P : R = \frac{1}{2} AB : \frac{1}{2} BC$

e $p : R = \frac{1}{2} AB : \frac{1}{2} BE$

Onde per lo lemma precedente sarà

$P : p = \frac{1}{2} BE : \frac{1}{2} BC$

ovvero $BE : BC$

Ma i pesi de' prismi si uniscono alle potenze, e formano la forza a rompersi; Dunque la forza applicata in C; sta alla forza applicata in E, nella ragion di BE, a BC, ciocchè doveasi dimostrare.

LEM-

(a) *Corol. 2. Teor. 1.*
(b) *Avvert. Corol. 2. Teor. 1.*

L E M M A.

Abbia il vette ABD, le due resistenze R, r, sospese ne' punti C, D, le quali facciano equilibrio colle potenze p, P; in guisacchè sia

Tav. I. Fig. 18.

$p : R = CB : BA$

e $P : r = DB : BA$. Dico, che la potenza p, stia alla potenza P, come CB, a DB.

Essendo per ipotesi

$p : R = CB : BA$

$P : r = DB : BA$

si avrà col permutar le riferite proporzioni, che

$p : CB = R : BA$

e $P : DB = r : BA$

Ma nello stato di equilibrio le resistenze sono eguali, e perciò hanno egual ragione con BA; Dunque si avrà $p : CB = P : DB$. Sicchè le potenze applicate nel punto A, a far equilibrio colle resistenze sospese ne' punti C, e D, sono nella ragion di CB : DB. Ciocchè doveasi dimostrare.

T E O R E M A III.

Ne' prismi, o cilindri egualmente lunghi, le potenze applicate negli estremi di essi, sono nella triplicata ragion de' diametri delle di loro basi.

Tav. I. Fig. 19.

Sieno i due Cilindri A, B, egualmente lunghi, e d'inegual grossezza. Dico, ch'essi trovandosi fitti nel muro, ed applicate le potenze negli estremi G, ed H, per romperli, queste sono nella triplicata ragion di CD, ad EF.

Per lo Lemma precedente la potenza applicata in G, stia a quella applicata in H, come CD, ad EF, con-

considerando i due cilindri A, e B privi di peso. Ma essendo i due cilindri A, e B, dotati di peso della medesima densità, ed essendo i pesi, come le quantità di materia, ovvero come i volumi per esser di densità eguali; dunque il peso del cilindro A, sta al peso del cilindro B, come la base CD, alla base EF (a). Ma considerando questi pesi ne' centri di gravità de' due cilindri A, B, i quali favoriscono alle potenze (b); Si avrà dunque, che la potenza in G, sta a quella in H, nella ragion composta di CD, ad EF, e del cerchio CD, al cerchio EF, ovvero di $\overline{CD}^2 : \overline{EF}^2$ (c); la qual ragion composta sarà di $\overline{CD}^3 : \overline{EF}^3$. Ciocchè doveasi dimostrare.

COROLLARIO I.

Se i due cilindri A, B, fossero due prismi di basi simili; le potenze applicate a romperli, saranno nella triplicata ragion de' lati omologi. Poichè essendo le potenze nella ragion composta delle basi, e di due de' lati delle medesime basi, ed essendo le basi nella duplicata ragion de' lati omologi; le potenze saranno nella triplicata ragion de' medesimi lati omologi.

COROLLARIO II.

Se le basi di due parallelepipedi A, B, non sieno simili, applicando le potenze in G, ed M, queste saranno nella ragion composta della base DEFC, alla base HIKL, e di ED, ad IK; ovvero come il prodotto della base CE, in

Tav. I. Fig. 24.

(a) *Prop. 11. lib. 12. Eucl.*
(b) *Avvert. Teor. 1.*
(c) *Prop. 2. lib. 12. Eucl.*

in ED, al prodotto della base HK, in IK; e se CD = HI, le resistenze saranno come $ED^2 : IK^2$.

COROLLARIO III.

Se i due parallelepipedi si uniscano ponendosi l' uno sopra l' altro, è manifesto che ciascuno agisce, come stasse solo; perciò bisognerà la somma delle potenze applicate in C, ed M, per romperli. Da ciò rilevasi ch' è più facile romper varj prismi uniti, che romperne uno che sia eguale alla somma degli uniti insieme.

AVVERTIMENTO.

Sia del cilindro CDG, il diametro CD = 3; e del cilindro EFH, sia il diametro EF = 1; ed abbiano le altezze eguali. La forza da impiegarsi nell' estremo G, sarà ventisette volte maggiore di quella che si applicherà in H. Se nel prisma CEG, si avrà CD = 2; EF = 3; e nel prisma HKM, sarà HI = 2; IK = 1; la forza per rompere il prisma CEG, sarà a quella per rompere HKM, applicate negli estremi G, M, come 18 : 2, ovvero come 9 : 1. Se questi si pongano l' uno sopra l' altro combaciandosi le superficie LM, ed FG, vi si dovrà applicar la somma delle riferite forze, che sarà 20: considerandosi questa union di prismi, come un corpo assoluto, la sua base sarà di 4 per 2, e perciò la forza da impiegarsi dovrà essere 32. Da ciò si rileva esser più resistente un prisma intiero, che la union di varj prismi che formano la eguaglianza di esso.

Tav. I. Fig. 19.

Tav. I. Fig. 20.

TEO-

TEOREMA IV.

Le resistenze di due cilindri d' ineguali basi, e differenti lunghezze, sono nella ragion composta della triplicata de' diametri delle basi, e della inversa delle lunghezze.

Sieno i due cilindri CDG, EFI, di differenti basi, e di differenti altezze. Dico, che la resistenza del cilindro CDG, per romperlo, sta a quella del cilindro EFI, nella ragion composta di $\overline{CD}^3$ ad $\overline{EF}^3$, e di FI:DG. Tav. I. Fig. 19.

Si concepisca il cilindro CDK, di egual lunghezza del cilindro EFI; si avranno tre cilindri, cioè CDG, CDK, EFI; sarà il cilindro CDG, al cilindro EFI, in ragion composta del cilindro CDG, al cilindro CDK, e del cilindro CDK, al cilindro EFI (a). Ma il cilindro CDG, sta al cilindro CDK, come DK : DG (b).

ovvero come FI : DG

ed il cilindro CDK, sta al cilindro EFI, come

$\overline{CD}^3 : \overline{EF}^3$ (c);

Dunque la resistenza del cilindro CDG, per romperlo, sta alla resistenza del cilindro EFI, per romperlo, nella ragion composta di $\overline{CD}^3 : \overline{EF}^3$

e di FI : DG. Ciocchè doveasi dimostrare.

COROLLARIO I.

Quel che si è detto in rapporto a' cilindri ha luogo ancora ne' prismi di simili basi; le resistenze di questi saran nel-

H

(a) *Def. 6. lib. 6. Eucl.*
(b) *Teor. 2.*
(c) *Teor. prec.*

nella ragion composta de' cubi de' lati omologi delle basi, e della reciproca delle di loro lunghezze.

COROLLARIO II.

Tav. I. Fig. 20. Se i due prismi CEG, HKN, non han le basi simili, allora le di loro resistenze per romperli, saran nella ragion composta del prodotto di CE, per DE, al prodotto della base HK, per IK (a), e di KN, ad EG.

AVVERTIMENTO.

Sovente accade in pratica di mutare un gattone, o sia sostegno di un corpo, e variarne là dimensione, o della grossezza, o lunghezza; si avrà il medesimo effetto di resistenza dell' assicurato primo sostegno, colla soluzion de' due problemi seguenti.

PROBLEMA I.

Dato il diametro della base di un cilindro, e la sua lunghezza, e data la lunghezza di un' altro cilindro, trovare il diametro della base del secondo, acciò sia egualmente resistente al primo.

Tav. I. Fig. 19. Sia dato il diametro CD, della base del cilindro CDG, e la sua lunghezza DG; e sia data ancora la lunghezza FI, di un' altro cilindro, trovare il diametro EF, della base del cilindro EFI, che sia di egual resistenza del cilindro CDG.

Si denomini CD, a; DG, b; FI, c; e sia EF $= x$.

La

(a) *Corol.* 2. *Teor.* 3.

La resistenza del cilindro EFI, sta alla resistenza del cilindro CDG, nella ragion composta

di $x^3 : a^3$
$b : c$ (a) ovvero come $x^3 b : a^3 c$

Ma per ipotesi le resistenze de' detti cilindri sono eguali; dunque $x^3 b = a^3 c$; ed $x^3 = \frac{a^3 c}{b}$; onde sarà

$x = \sqrt[3]{\frac{a^2 \times ac}{b}}$; Che perciò trovando un quarto proporzionale dopo la lunghezza del dato cilindro; il prodotto del diametro della base di esso, per la lunghezza data FI; ed il quadrato del medesimo diametro CD; la radice cuba di esso sarà il diametro EF, del cilindro egualmente resistente al primo. Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO.

Essendo ne' due prismi CEG, HKN, i due lati CD, HI, eguali, si avrà che la resistenza del primo stia a quella del secondo, come la ragion composta (Tav. I. Fig. 10)

di $\overline{DE}^2 : \overline{IK}^2$
e di KN : EG (b).

Onde la equazion si ridurrà in $x = \sqrt{\frac{b^2 d}{c}}$; perciò se sia data $DE = b = 3$; $EG = c = 8$; e $KN = d = 5$; sarà la grossezza IK, del prisma HKN, del quale si è data la lunghezza KN, eguale a 2. 37; e sarà egualmente resistente del prisma CEG.

(a) *Teor. prec.*

(b) *Corol. 2. Teor. 3, e 4.*

PROBLEMA II.

Dato un cilindro, e data la base di un altro cilindro, trovar la lunghezza del secondo, acciò sia egualmente resistente del primo.

Tav. I. Fig. 19.

Sia data la base CD, e la lunghezza DG, del cilindro CDG, e data la base EF, di un altro cilindro, trovar la lunghezza del secondo, per esser di egual resistenza al primo.

Sia $DC = a$; $DG = b$; $EF = c$; ed $FI = x$; sarà la resistenza del cilindro CDG, e quella del cilindro EFI, nella ragion composta di $a^3 : c^3$,

e di $x : b$ (a)

Ma dovendo esser le resistenze eguali per ipotesi, la ragion composta dovrà esser di eguaglianza; E perciò si avrà $xa^3 = c^3 b$; ed $x = \frac{c^3 b}{a^3}$. Sicchè dunque dopo il cubo del diametro del dato cilindro; il cubo del diametro della data base EF; e la lunghezza DG, del primo cilindro, trovando un quarto proporzionale, sarà la lunghezza del cilindro EFI. Ciocchè si andava cercando.

AVVERTIMENTO.

Tav. I. Fig. 20.

Essendo ne' due prismi CEG, HKN, i due lati CD, HI, eguali; e sia $DE = a$; $IK = c$; $EG = b$; e $KN = x$; la equazion si ridurrà in $x = \frac{c^2 b}{a^2}$, per quello che si è detto nell' avvertimento del probl. I. Onde sia $DE = 4$; $IK = 2$; ed $EG = 10$; trovando dopo il quadra-

(a) *Teor.* 4.

drato di DE, ch'è 16; il quadrato di IK, ch'è 4; e la lunghezza EG, ch'è 10; il quarto proporzionale $2\frac{1}{2}$, sarà la lunghezza, che debbe avere il prisma HKN, per esser' egualmente resistente al dato prisma CEG.

PROBLEMA III.

Data la grossezza, e la lunghezza di un prisma, e dato il massimo peso, che quello sostentarebbe, trovare una formola generale per aver la massima lunghezza, oltre la quale prolungato, dal suo solo proprio peso si romperebbe.

Sia data la grossezza AC, del prisma CAB, e sia dato il massimo peso P, che quello sosterrebbe, deesi trovar la massima lunghezza, e sia AD, oltre la quale prolungato, si romperebbe dal solo suo proprio peso. Tav. II. Fig. 22.

Suppongasi, che il prisma CAD, sia della massima lunghezza, ed essendo i pesi nella ragion de' volumi, si avrà che il peso del prisma CAB, stia a quello del prisma CAD, come il volume del primo a quello del secondo, ovvero come il rettangolo CB, al rettangolo CD; ond'è lo stesso di porre a calcolo i rettangoli CB, CD, che i pesi. Pongasi $AB = a$; $AC = b$; il peso $P = p$, e $BD = x$: trasportando il peso P, nel centro di gravità del prisma CAB, ch'è nella metà di AB, sarà duplo (*a*); onde si avrà il duplo peso P, unito al peso del prisma CAB, che starà al peso del prisma CAD, come la lunghezza AD, alla lunghezza AB (*b*) ovvero

$$2p + ab : ab + bx = a + x : a.$$

onde

$$2pa + a^2 b = a^2 b + 2abx + bx^2$$

e sarà

(a) *Corol.* 2. *probl.* 1.
(b) *Teor.* 2.

e sarà $2pa = 2abx + bx^2$

divis. per b

sarà $\frac{2pa}{b} = 2ax + x^2$

agg. a^2

si avrà $\frac{2pa}{b} + a^2 = 2ax + x^2 + a^2$

ed estratta la radice dagli entrambi membri, sarà

$$\sqrt{\frac{2pa}{b} + a^2} = a + x$$

Onde $x = \sqrt{\frac{2pa}{b} + a^2} - a$, e per conseguenza la intera lunghezza AD, sarà $\sqrt{\frac{2pa}{b} + a^2}$. Ciocchè si andava cercando.

AVVERTIMEMTO I.

Per trovare adunque la massima lunghezza di un prisma, oltre la quale dal suo proprio peso si romperebbe, deesi...

I. Ridurre il peso a palmi cubi, col dividere il dato peso, per quello di un palmo cubo della medesima materia del gattone (a), ed indi ridurlo alla medesima larghezza di esso, affinchè si abbia il rapporto della superficie del peso, e quella del rettangolo del gattone; le quali abbiano una medesima grossezza, e si noti.

II. Trovare un quarto proporzionale in ordine alla grossezza AC, del gattone, al duplo numero notato, ed alla lunghezza AB, e si noti.

III. Si unisca il quadrato della riferita lunghezza AB, ed il notato quarto proporzionale; dalla somma se n' estragga la radice quadra, la quale sarà la lunghezza, oltre

(a) *Tav. cap. 5. lib. 1.*

oltre di essa si romperebbe il suddetto gattone.

Sia del prisma CAB, la grossezza $AC = 2.5$; la lunghezza $AB = 4$, ed il massimo peso P, oltre del quale si romperebbe, sia 40. in superficie ridotto, come si è espresso nel n. 1. Si trovi il quarto proporzionale in ordine a' tre numeri riferiti, il quale sarà 128, ed aggiuntovi il quadrato della medesima lunghezza, ch'è 16, dalla somma 144, se n'estragga la radice quadra, ch'è 12, questa sarà la ricercata lunghezza del gattone.

Il riferito problema fu risoluto dal Galilei ne' suoi dialoghi nel trattato della resistenza de' corpi nel frangersi, coll'aver cognito il peso del prisma; e col trovare un quarto proporzionale dopo il peso del prisma, la somma del medesimo peso del prisma, ed il duplo peso dato P, e la lunghezza AB, e tra il detto quarto proporzionale, e lunghezza AB, trovando una media proporzionale, questa sarà la lunghezza del prisma, oltre la quale dal suo peso si romperebbe. Col metodo riferito da noi si è ridotta la risoluzione alla generalità, e più propria per l'uso pratico, consistendo i dati nella lunghezza, e nella grossezza del prisma, e nel massimo peso ridotto in superficie, che sia base di un solido della medesima larghezza del gattone, il quale si sosterrebbe in una determinata lunghezza; ma si può far uso indistintamente dell'una, e l'altra operazione, che lo stesso fine se ne otterrà.

AVVERTIMENTO II.

Finora si son considerate le resistenze ne' prismi, o cilindri fitti da un estremo in un muro, e nell'altro estremo applicate le forze; dovendoli ora considerar poggiati in due estremi, per li principj dimostrati di sopra si deduce, che se i prismi, o cilindri stiano poggiati ne' due estremi, le resistenze di questi nel frangersi sono nella dupla ragion delle di loro lunghezze. Poichè se il cilin-

lindro EF, poggiato in H, fosse di lunghezza tale, oltre la quale gravato dal suo proprio peso si romperebbe, crescendolo nella dupla lunghezza EFG, e poggiato in H, ed I, sarà egualmente resistente a quello di EF, poggiato in H, solamente. La ragion di ciò è chiara, giacchè considerando ciascuna metà EF, FG, poggiata in H, ed I, ogn' una di esse ha tanta lunghezza, che gravato dal solo suo proprio peso si rompe; onde la intera lunghezza EFG, poggiata su di H, ed I, dal suo proprio peso si romperà in F. Il medesimo accade se il cilindro fosse poggiato in D, nella metà di esso, poichè il medesimo momento, che avrà la metà AB, lo tiene l'altra metà BC. Considerandoli ora gravati di pesi; se la sua metà AB, gravata in A, da un peso, la somma lunghezza potente a sostenersi, stando poggiato in B, dovrà esser gravato di un altro egual peso l'estremo C, dell' altra metà BC, per rompersi in B; poichè i momenti delle resistenze in entrambe la metà sono eguali; e se AB, CB, sono ineguali, i pesi debbono esser nella ragion reciproca delle lunghezze (*a*). Così similmente il cilindro EFG, poggiato ne' due sostegni H, I, dovrà esser gravato nel mezzo di duplo peso, di quello che sarà gravata ciascuna metà per esser rotta. E perciò la resistenza cresce nella ragion dupla a que' prismi, o cilindri che saran sostenuti ne' due estremi, di quelli che fitti nel muro son sostenuti da un solo estremo.

Tav. II. Fig. 22.

COROLLARIO.

Dagli esposti principj dipende il regolare le azioni, e reazioni de' legni, e le di loro forze nelle intessiture per le coverture de' tetti, e per la sicurezza delle contigna-

(a) *Teor.* 2.

tignazioni, come del tutto se n'esporranno le determinate teorie, e più semplici pratiche.

AVVERTIMENTO III.

Se il prisma AB, fosse sostenuto ne' suoi estremi, ed un corpo fosse applicato in varj luoghi della sua lunghezza, la resistenza di esso può crescere all' infinito, relativamente a quella, che avrà, se il corpo fosse applicato nella sua metà C. Poichè applicando il corpo P, nel mezzo C, del prisma AB, la forza sarà pareggiata ne' suoi estremi A, B; se il medesimo corpo si ponesse nel sito D, più prossimo ad A, la forza in A, si accrescerà a proporzion di AC : AD *(a)*. Ma la AD, in rapporto ad AC, si può diminuire all' infinito; dunque all' infinito può crescer la forza in A, in rapporto alla situazion del corpo, nella metà C. All' opposto discostandosi il corpo P, dall' estremo B, si diminuisce la forza in B, e sulla ipotesi di esser situato in D, si diminuisce nella ragion di CB : DB *(b)*. Ma la DB, in rapporto alla CB, non si può avanzare in infinito, col porre il corpo P, verso il termine A, anzi neanche il duplo; Dunque la forza in B, può diminuirsi nemmen la metà di quella che opera, stando il corpo in C. Sicchè dunque può crescere in infinito l' union delle forze in A, e B, secondo che il corpo P, si andrà approssimando verso un estremo, e sia A. Per dimostrare in che ragion cresce, o diminuisce la resistenza del prisma AB, col situare in varj luoghi un corpo sopra di esso, è necessario premettere il seguente

Tav. II. Fig. 23.

I LEM-

(a) *Teor. 2.*
(b) *Sudd. Teor.*

LEMMA.

Se abbiam quattro quantità, sarà la somma della prima, e della seconda alla somma della terza, e della quarta, nella ragion composta della somma della prima, e della seconda alla seconda; della seconda alla quarta; e della quarta, alla somma della terza, e della quarta.

Tav. II. Fig. 24. Sieno le quattro quantità AB, BC, DE, EF: Dico, che AC; sta a DF, nella ragion composta di AC: BC; di BC: EF; e di EF: DF.

Si concepiscano le rette AB, BC, a dirittura poste, come anche le due DE, EF; e si considerino le sole quattro AC, BC, EF, DF; si avrà, che AC, stia a DF, nella ragion composta di AC: BC; di BC: EF; e di EF: DF (a). Ciocchè doveasi dimostrare.

TEOREMA V.

Se nella lunghezza di un prisma si eleggeran due luoghi, ne' quali vogliasi fare la frazion di esso; le resistenze in detti luoghi saran nella reciproca ragion de' rettangoli fatti dalle porzioni di detti prismi, prese dagli estremi, e corrispondenti a detti luoghi.

Tav. II. Fig. 25. Sieno E, F, le minime forze a poter rompere il prisma AB, in D; e sieno ancor G, H, le minime forze a poterlo rompere in C. Dico, che l'union delle forze E, F, stia alla union delle forze G, H; come il rettangolo di AC, in CB, al rettangolo di AD, in DB.

I Le

(a) *Def. 6. lib. 6.*

Le quattro forze, E, F; G, H, sono distinte, e separate, perciò per lo Lemma precedente si avrà,

$$E + F : G + H = E + F : F \quad F : H \quad H : G + H$$

Ma $E : F = BD : AD$ (a)

componendo $E + F : F = AB : AD$

ed $F : H = BC : BD$ (b)

considerando divisi i due prismi, e fitti ne' luoghi C, e D, e per la prima ragion sarà $H : G + H = AC : AB$

onde si avrà che $E + F : G + H = AB : AD \quad BC : BD \quad AC : AB$

Ma componendo le due ragioni di $AB : AD$

e di $AC : AB$

ne vien la semplice ragion di $AC : AD$

Dunque $E + F : G + H = AC : AD \quad BC : BD$

ovvero come il rettangolo di ACB, al rettangolo di ADB. Ciocchè doveasi dimostrare.

COROLLARIO I.

Essendosi considerato il prisma AB, poggiato alternativamente ne' punti DC, e le forze applicate negli estremi per romperlo ne' riferiti punti, lo stesso accade se il prisma fosse poggiato ne' suoi estremi, e ne' dati luoghi C, e D, vi fossero poste le somme delle dette forze.

COROLLARIO II.

Il rettangolo fatto dalla lunghezza AB, in AC, po-

(a) *Avvert.* 2. *probl.* 3.
(b) *Teor.* 2.

potendosi diminuire in infinito, relativamente al quadrato formato sulla metà AD; perciò la resistenza di un prisma poggiato ne' suoi estremi può crescere in infinito a sostenere un dato corpo, coll' approssimare il detto corpo verso un de' suoi estremi.

AVVERTIMENTO I.

Dalla diversa natura di coesione, che hanno i corpi, (a) è nata la difficoltà di stabilir la resistenza particolare di essi. Per l' applicazion delle teorie, esposte in rapporto alla nostra pratica, si è proceduto alle seguenti.

Esperienza I. Un prisma parallelepipedo di tufo di Campano, di base quattro minuti del nostro palmo Napoletano in quadro, stando fitto nel muro, e sporto in fuori oncia una, e mezzo del nostro palmo, si ruppe col peso, posto nell' estremo di rotoli quattro, ed once $14\frac{2}{3}$.

Esper. II. Un prisma di piperno di base minuti $2\frac{1}{2}$ in quadro del nostro palmo, e di lunghezza once due, stando poggiato ne' due estremi, si ruppe col peso di rotoli $17\frac{1}{2}$, applicato nel punto di mezzo.

Esper. III. Un prisma di calce con pozzolana unita, tolta da una fabbrica costrutta da anni sei in sette, di base minuti tre in quadro del nostro palmo, stando fitto nel muro collo sporto di un oncia, si ruppe, applicandovi all' estremo il peso di rotolo uno, ed once $13\frac{2}{3}$.

Rapportando ora quest' esperienze ad un prisma di un palmo in quadro, e stando fitto nel muro collo sporto di un palmo in fuori, si romperebbe, quello di tufo col peso di rotoli 1873, ed once 5; quello di piperno con rotoli 10080; e quello di calce con rotoli 939, ed onc. 33. Varie nature s' incontrano nella stessa materia secondo vengon preparate [illegible]ella di loro formazione, e per-

(a) *Cap. 5. lib. 1.*

e perciò diverse resistenze si possono incontrar ne' prismi eguali, e della medesima specie; dalle replicate esperienze fatte si ristringe questa diversità ad un rotolo più, o meno nel prisma di un palmo. Onde possiam con quasi certezza stabilire, che il massimo peso può sostenere un prisma di base un palmo quadro, stando fitto nel muro con un palmo di sporto, oltre del quale allungandosi si romperebbe

di tufo con rot. 1873.
di piperno con rot. 10080.
di calce con rot. 939.

Da ciò si deduce, che la resistenza del tufo, per rompersi, stia a quella del piperno, e calce, come i numeri 624, 3360, 313.

Esper. IV. Un mattone di creta cotta di base once 2, per 4, stando fitto in un muro, collo sporto di once sette, e tenendosi orizzontale la larghezza di once 4. della base, si ruppe col peso di rotola 108.

AVVERTIMENTO II.

Dall' Avvertimento I. Probl. III., e dalla pratica esposta di sopra rilevasi, che la massima lunghezza di un prisma di base un palmo quadro, oltre la quale prolungato si romperebbe dal suo proprio peso, sarà di tufo di campano palmi $11\frac{3}{10}$; di piperno palmi $22\frac{93}{100}$; e di calce palmi $7\frac{4}{10}$. Onde un prisma di un palmo in quadro di base, stando poggiato ne' due estremi, si può mantener dall' esser gravato dal suo proprio peso, di tufo nella lunghezza di palmi 22; di piperno nella lunghezza di palmi 45; e di calce nella lunghezza di palmi 14; togliendone le frazioni spettanti a ciascun numero per quello che può riguardar la diversa coesion de' componenti.

In

In questa operazion non si è considerato l'elaterio, che ogni corpo ha, ed allorchè è gravato dal proprio peso, in una lunghezza massima questo elaterio agisce; ed essendo l'elaterio nella ragione inversa delle lunghezze, come si dimostrerà parlando de' legni, si rallenterà perciò a proporzione, che si fa maggiore la lunghezza fino alla massima, nella quale si rompe; onde nelle metà delle riferite lunghezze l'elaterio per lo peso de' prismi sarà bastante a poterli piegare. Da ciò si deduce, che alla prudenza dell' Architetto resterà affidata la determinazion della lunghezza de' riferiti prismi, per toglierne gli effetti, che si cagionano dall' elaterio, giacchè quello di sopra stabilito basterà a darne le dovute cognizioni.

AVVERTIMENTO III.

Tav. II. Fig. 16. Sia il cubo ACD di tufo, e sia di un palmo, questo stando fitto nel muro si romperebbe col peso P, di rotoli 1873, onc. 3, per l'avvertimento I., onde il peso, che potrebbe sostenere, sarebbe di rotoli 1872. Il prisma acg; sia di larghezza ab, un palmo; di grossezza bc, mezzo palmo; e di sporto bg, un palmo, stando fitto nel muro, si romperebbe col peso p, di rotoli $468\frac{1}{4}$ (a); facendo rimanere al suddetto prisma la medesima lunghezza bg, di un palmo, ed abbia la base db, di mezzo palmo in quadro; quello si romperebbe col peso p, di rotoli $234\frac{1}{8}$. Ma la lunghezza di entrambi, oltre la quale si spezzarebbero dal di loro proprio peso, sarebbe di palmi 8 (b); Onde si deduce che i prismi di eguali grossezze, e di eguali lunghezze, sono più resistenti a sostener pesi, que' che han maggiori larghezze, ma sono egualmente resistenti nel sostenere i di loro proprj pesi.

AV-

(a) *Corol.* 2. *Teor.* 3.
(b) *Avv.* 1. *probl.* 3.

AVVERTIMENTO IV.

Essendo la resistenza del tufo, per rompersi, a quella della calce nella ragion di 624 : 313, o presso a poco di 2 : 1 (*a*), se due tufi ACI, HKD, sieno uniti con calce ne' combaciamenti HIK, diventarebbe l'intero prisma ACD, la metà men resistente di quello se fosse interamente di tufo; poichè si spezzarebbe nel combaciamento. E quì è da distinguersi, che o lo spezzamento si fa nella calcina, e la resistenza si diminuisce nella metà, o la rottura si fa tra la calcina, e la pietra, e la resistenza del prisma diventa minore della metà.

Tav. II. Fig. 27.

Poichè la coesion della calcina in se stessa si fa maggiore della coesion della calcina colla pietra, per essere i componenti di quella i due sali, che per la fermentazione giungono al contatto (*b*); e l'effetto della coesion della calce colla pietra, e la introduzion de' sali ne' pori della pietra, che per la esclusion dell' aria giungono al contatto; e perciò è più facile il distaccarsi questa che quella. Posto ciò, se un gattone è di tufo di più pezzi, aggiunto per mezzo della calce nelle sezioni verticali, questi resisteran per qualche tempo, ma poi per il moto che se gli communica da tempo in tempo, e dalla di loro gravità, per la natural soluzion della calce, si spezza. Onde, per avere una resistenza del tufo nella union di due di essi con calce, è necessario lavorar le superficie di contatto, e farle di dupla resistenza di quella della base del prisma; sia dunque GE, dupla di BC, facciasi ML, media proporzionale tra GE, BC, e colla inclinazione ML, si lavorino le sezioni di contatto, colla calcina, si farà l'union de' due tufi ACL, FMD, egual-

(a) *Avvert. I.*
(b) *Cap. 5. lib. 1.*

egualmente resistente alla grossezza di essi. Poichè considératosi un prisma di calce, che ha per base la frazione FLM, la resistenza di questo starà a quella di un' altro prisma di calce eguale al prisma ACD, nella ragion di $\overline{ML}^2 : \overline{BC}^2$ (a): Ma $\overline{ML}^2 : \overline{BC}^2$, come GE : BC, ovvero come 2 : 1, e la resistenza del prisma di tufo ACD, sta al medesimo di calce, anche come 2 : 1; Dunque il contatto FLM, posto in calce, de' due tufi ACL, FMD, sarebbe egualmente resistente del prisma di tufo ACD. Ma il contatto della calcina, e pietra è di minor resistenza di quella della semplice calce con arena, e se i due tufi fossero verticalmente uniti, non averebbero alcuna resistenza; Dunque unendosi obbliquamente avranno una parte di resistenza, che a suo luogo si determinerà.

AVVERTIMENTO V.

Dalle teorie esposte di sopra, e dall' esperienze espresse nell' Avvertim. I., si viene alla soluzion di varj problemi, che saran di fondamento alla nostra pratica.

AVVERTIMENTO VI.

Le soluzioni si riducono all' equilibrio, al peso di esser sostentato, ed al prisma di sostenere; onde diminuendosi in parte il peso, o scemandosi la lunghezza, ovvero avanzandosi in picciola parte la grossezza, o lunghezza del prisma, si avrà ciocchè si cerca per esser resistito, o resistente.

PRO-

(a) *Corol.* 2. *Teor.* 3.

PROBLEMA IV.

Data la lunghezza, e la larghezza di un prisma di tufo di campano, e dato il peso, che quello dee sostenere, trovare la sua grossezza, affinche non si rompa, essendo gravato dal dato peso nel mezzo.

SIa data la lunghezza BC, e la larghezza AB, di un prisma di tufo, poggiato ne' due estremi B, C, e dato il peso P, ligato nel mezzo di esso, deesi trovar la grossezza DB, per resistere all' azion del dato peso P. Tav. II. Fig. 28.

Il massimo peso, che può soffrire un prisma di tufo di un palmo quadro di base, e di sporto anche un palmo, si è di rotoli 1873 (*a*); onde un prisma del medesimo tufo di base un palmo quadro, e di lunghezza palmi due, stando poggiato ne' due estremi, è resistente al peso, ligato nella sua metà, di rotoli 3746 (*b*). Pongasi $AB = b$; $BC = c$; il peso $P = O$, e $BD = x$. In oltre sarà il lato della base del prisma di tufo, resistente al riferito peso, eguale ad 1; la sua lunghezza eguale a 2; ed il detto peso dicasi p; sarà dunque

$$p : O = 1 : x^2 b$$
$$c : 2 \quad (c)$$

e perciò $2pbx^2 = Oc$

ed $x^2 = \frac{Oc}{2pb}$

onde $x = \sqrt{\frac{Oc}{2pb}}$; ed essendo $p = 3746$, sarà $x = \sqrt{\frac{Oc}{7492\,b}}$.

K Sicchè

(a) *Avvert.* 1. *Teor.* 5.
(b) *Avvert.* 2. *Probl.* 3.
(c) *Corol.* 2. *Teor.* 4.

Sicchè dunque per aver la grossezza DB, deesi moltiplicar la data larghezza BA, per lo numero costante 7492; e dopo un tal prodotto, la lunghezza BC, ed il peso P, si trovi un quarto proporzionale; la sua radice quadrata sarà la grossezza BD, del prisma di tufo, resistente al dato peso. Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO.

Essendo dunque $x = \sqrt{\frac{Oc}{2pb}}$, per trovar generalmente la grossezza di un prisma, resistente ad un dato peso, deesi...

I. Moltiplicare il peso, sostenuto da un prisma di due palmi, per la data larghezza.

II. Dopo un tal prodotto, la lunghezza del dato prisma, ed il peso dato, trovisi un quarto proporzionale; la radice quadrata di esso sarà la grossezza cercata.

COROLLARIO I.

Essendo rotoli 10080 il massimo peso, che può sostenere un prisma di piperno di un palmo quadro di base, e di sporto un palmo (a), ed il detto prisma della lunghezza palmi due, stando poggiato ne' due estremi, sarà resistente al peso di rotoli 20160 (b). Sicchè dunque per trovar la grossezza DB, del prisma di piperno ADC, di una data larghezza AB, e di data lunghezza BC, e che sia resistente ad un dato peso P, la riferita equazion si ridurrà ad $x = \sqrt{\frac{Oc}{40320.b}}$; Onde si moltiplichi la data larghez-

(a) *Avvert.* 1. *Teor.* 5.
(b) *Avvert.* 2. *Probl.* 3.

ghezza AB, per lo numero costante 40320; ed in ordine al riferito prodotto, alla lunghezza data BC, ed al dato peso P, trovisi un quarto proporzionale; la radice quadrata di esso sarà la grossezza BD, che si va cercando.

COROLLARIO II.

Essendo un prisma di calce di un palmo cubo, resistente al peso di rotoli 939 (a), e per la medesima ragione la equazion si ridurrà in $x = \sqrt{\frac{Oc}{3756 \cdot b}}$.

Sicchè dunque per aver la grossezza BD, del prisma di calce ADC, essendo data la larghezza AB, e la lunghezza BC, affinchè sia resistente al dato peso P, deesi moltiplicar la data larghezza AB, per lo numero costante 3756; ed in ordine al riferito prodotto, alla lunghezza BC, ed al peso P, trovisi un quarto proporzionale; la radice quadra di esso sarà la grossezza BD, del prisma ADC, resistente al dato peso.

COROLLARIO III.

Sicchè dunque un prisma di un palmo quadro di base, e di lunghezza palmi due, stando poggiato ne' due estremi, sarà resistente, quello di tufo con rotoli 3746; quello di piperno con rotoli 20160; e quello di calce con rotoli 1878.

(a) *Avvert.* 1. *Teor.* 5.

PROBLEMA V.

Data la larghezza, e la lunghezza di un prisma, e dati molti eguali pesi sospesi nella sua lunghezza, trovar la grossezza del detto prisma, che sia resistente a' dati pesi.

Tav. II. Fig. 29. Sia data la larghezza AC, e la lunghezza AB, del prisma CDB, e dati gli eguali pesi a, b, c, d, sospesi in E, F, G, H, bisogna trovar la grossezza AD, che debbe avere il prisma CDB, per esser resistente a detti pesi.

Sia il peso a, ligato in E, metà di AB; e sieno,

$$DE = e$$
$$DF = f$$
$$DG = g$$
$$DH = h$$

Essendo i pesi a, b, c, d, eguali tra loro, il peso a, nel sito E, agisce col suo peso assoluto, e sarà a; sarà poi il medesimo in $b = \frac{af}{e}$ (a)

$$\text{in } c = \frac{ag}{e}$$

$$\text{in } d = \frac{ah}{e}$$

Onde la somma dell' azion di questi pesi, sarà

$$a + \frac{af}{e} + \frac{ag}{e} + \frac{ah}{e}$$

ovvero $a + \frac{a}{e}(f+g+h)$.

Chia-

(a) *Corol.* 1. *Avvert. Probl.* 1. *Cap.* 2.

Chiamisi in oltre p, il peso che potrebbe sostenere un prisma di base palmo uno in quadro, e di lunghezza palmi due, poggiato ne' due estremi, e sia la lunghezza $AB = c$; la larghezza $AC = b$, sarà per lo probl. preced. la grossezza $AD = \sqrt{\frac{\left(a + \frac{a(f+g+h)}{e}\right)c}{2pb}}$. Sicchè dunque per aver la grossezza, che si va cercando, deesi moltiplicare il duplo peso, che sosterrebbe il prisma di due palmi di lunghezza, per la larghezza AC, ed il prodotto si noti. Indi dopo la lunghezza DE, la somma delle lunghezze DF, DG, DH, ed il peso a, trovisi un quarto proporzionale, al quale si unisca il medesimo peso a, e la somma si noti. Trovisi finalmente un'altro quarto proporzionale dopo il primo prodotto notato, la riferita somma, e la lunghezza AB; la radice quadra del quale sarà la grossezza AD. Ciocchè si andava cercando.

AVVERTIMENTO

Dalla soluzion del riferito problema si deduce, che un prisma è capace a soffrir maggior peso, distribuito in tutta la sua lunghezza, di quello che se fosse situato nell'estremo s'è fitto da una parte, o nel mezzo s'è poggiato ne' due estremi.

COROLLARIO I.

Essendo le azioni delle pressioni de' pesi eguali a, b, c, d, nelle distanze DE, DF, DG, DH, nella ragion delle distanze medesime (a); se DH, HG, GF, FE, sono eguali tra loro, le dette azioni decresceran nella pro-

(a) *Corol. 2. Probl. 1. Cap. 2.*

progressione aritmetica da E, in D. Se s'intenda la DE, divisa in tante parti eguali, quanto è il numero del peso a, ed in questi punti di divisione si concepiscon posti altrittanti corpi eguali ad a; l'azione della pression di essi decrescerà con progressione aritmetica naturale, il massimo numero della quale sarà il peso a, e si diminuirà in D, ch'è o. Ma la somma di ogni progression de' numeri naturali, crescente dal o, è eguale al prodotto del massimo numero per la metà de' termini, che formano la progressione; Dunque per aver la somma delle azioni delle progressioni de' pesi, deesi moltiplicare il peso a, situato nel punto E, metà di AB, per la metà delle parti che contiene il medesimo peso, avanzato di una unità.

COROLLARIO II.

Se l'altra metà EI, è divisa anche in egual numero di parti, di quello ch'è divisa la DE, e ne' punti di divisione s'intendono posti altrittanti pesi eguali, si avran le pressioni di essi, espresse in due progressioni di numeri naturali, decrescenti dal peso a, situato in E, ch'è metà di AB. Ma la somma di queste si avrà col moltiplicare il peso a, per se stesso; Dunque la somma delle pressioni di tutti i pesi, egualmente disposti in tutta la lunghezza AB, si avrà moltiplicando uno di essi per se stesso.

AVVERTIMENTO I.

Tav. II. Fig. 30.

Sia il prisma ABCD, poggiato ne' due estremi B, C, a' sostegni M, N, sopra del quale vi sieno i solidi eguali a, b, c, d, e; le direzioni de' centri di gravità de' quali cadino ne' punti B, H, F, I ec. Per la eguaglianza de' solidi, saranno BH, HF, FI, IE ec. eguali

li tra loro; Onde il solido a, la direzion del centro di gravità del quale cade in E, metà di BC, sarà di massima pressìon di tutti gli altri, e sarà il massimo termine della progressione aritmetica. Sicchè dunque per aver la somma di tutte le pressioni de' riferiti solidi su del prisma ABCD, deesi moltiplicare il peso del solido a, per la metà del numero degl' intervalli, che segnano le direzioni de' centri di gravità de' detti solidi in tutta la lunghezza BC. Sia ciascuno de' detti solidi di un palmo quadro di base, e di altezza palmi 5., e sia il peso di ciascun di essi di rotoli 148, essendo la BC, divisa in otto parti dalle direzioni de' centri di gravità, moltiplicando adunque il riferito peso per 4, il prodotto 592, sarà la somma delle azioni de' pesi di tutti i solidi a, b, c, d, e, su del prisma ABCD.

COROLLARIO.

Da ciò si deduce, che la somma delle azioni de' pesi di tutti i solidi a, b, c, d, e, su del prisma ABCD, sia eguale al solido, che ha per base la larghezza del detto prisma, e la metà BE, della lunghezza BC, e per altezza quella di ciascun solido. Onde un prisma si rende duplo resistente, quando il peso è distribuito in tutta la lunghezza, di quello se fosse posto il peso nell' estremo s' è fitto dall' altro, o nel mezzo s' è poggiato ne' due estremi.

AVVERTIMENTO II.

Essendo data la lunghezza BC, e la larghezza del prisma ABCD, gravato da tutti i pesi a, b, c, d, e, per trovarne la grossezza BA, acciò sia resistente a' dati pesi, deesi...

I. moltiplicare il duplo peso, che sosterrebbe il prisma

ma di due palmi di lunghezza (*a*), per la data larghezza del prisma, ed il prodotto si noti.

II. Trovisi un quarto proporzionale in ordine al notato prodotto, alla lunghezza BC, ed alla somma de' detti pesi colla di loro graduazion di azione (*b*), che nel proposito caso nell' Avvert precedente sarà 592; la radice quadrata di esso sarà la grossezza BA, del prisma ABCD, resistente a' dati pesi.

PROBLEMA VI.

Data la lunghezza, e la grossezza di un prisma, e dato il peso, che quello dee sostenere, trovare la larghezza di esso, affinchè non si rompa, essendo gravato dal dato peso nel mezzo.

Sia data la lunghezza BC, e la grossezza BD, del prisma ADC, poggiato ne' due estremi B, C; e dato il peso P, ligato nel mezzo di esso, trovare la larghezza AB, che quello debbe avere, per esser resistente all' azion del dato peso.

Tav. II. Fig. 28.

Pongasi $BD = b$; $BC = c$; $AB = x$; ed il peso $P = O$; e del prisma di esperimento, il lato del quadrato della base dicasi 1, la sua lunghezza 2; ed il peso che quello sostiene (*c*) sia p; sarà dunque

$$p : O = 1 : x b^2$$
$$c : 2 \quad (d)$$

Onde $p : O = c : 2 x b^2$

e per-

(a) *Corol.* 3. *probl.* 4.
(b) *Avvert preced.*, *e Corol.*
(c) *Corol.* 3. *probl.* 4.
(d) *Corol.* 2. *Teor.* 4.

e perciò $2pxb^2 = Oc$

ed $x = \frac{Oc}{2pb^2}$

Sicchè dunque per aver la larghezza AB, deesi moltiplicare il duplo peso, che sostiene il prisma di due palmi (a), per lo quadrato della data grossezza BD, indi dopo il detto prodotto, la lunghezza data BC, ed il dato peso P, trovisi un quarto proporzionale, il quale sarà la larghezza AB, che si va cercando.

AVVERTIMENTO I.

Tav. II. Fig. 10.

Essendo il prisma ABCD, gravato dalla somma de' pesi a, b, c, d, e, del quale sia data la grossezza AB, la lunghezza BC, e ciascun de' detti pesi, per trovar la larghezza di esso ad esser resistente a detti pesi, deesi.

I. Trovar la somma de' detti pesi (b), e si noti.

II. Si moltiplichi il duplo peso, che sostiene il prisma di due palmi, per lo quadrato della data grossezza AB, ed il prodotto si noti.

III. Trovisi finalmente un quarto proporzionale dopo il riferito prodotto, la lunghezza data BC, ed il peso notato nel num. I, il quale sarà la larghezza del prisma ABCD, resistente a' dati pesi.

AVVERTIMENTO II.

Tav. II. Fig. 18.

Per trovar la lunghezza di un prisma a sostenere un dato peso, del quale sia data la larghezza AB, e la grossezza BD; posta la lunghezza BC $= x$; la larghezza AB $= c$; la grossezza BD $= b$; ed il peso P $= O$. Per

L le

(a) *Corol.* 3. *probl.* 4.

(b) *Avvert.* 1. *probl.* 5.

le risoluzioni di sopra sarà il valore $x = \frac{2cpb^2}{O}$; onde per aver la lunghezza BC, di un prisma, essendo data la larghezza, e grossezza a poter resistere ad un dato peso, deesi trovare un quarto proporzionale in ordine al dato peso P, al prodotto del duplo peso, che sostiene il prisma di due palmi (a) per la larghezza AB, ed al quadrato della grossezza BD.

AVVERTIMENTO III.

Tav. II. Fig. 30.

Dovendosi trovar la lunghezza di un prisma di una data larghezza, e grossezza, il quale sia resistente a soffrire la progression de' solidi a, b, c, d, e, di data altezza AP. Si ponga la larghezza del prisma ABCD $= c$; la grossezza AB $= b$; la lunghezza BC $= x$; e si ponga il peso di un palmo cubo de' solidi, eguale ad O, e l'altezza AP $= d$; sarà la somma delle azioni di tutti i solidi a, b, c, d, e, eguale $\frac{Oxcd}{2}$ (b); e sia in oltre il peso, resistente al prisma di palmi 2 (c), eguale a p. Si avrà $p : \frac{Oxcd}{2} = 1 : cb^2$
$x : 2$ (d)
ovvero $p : \frac{Oxcd}{2} = x : 2cb^2$
onde $\frac{Ox^2cd}{2} = 2b^2cp$

molt.

(a) *Corol. 3. probl. 4.*
(b) *Corol. Avvert. 1. probl. 5.*
(c) *Corol. 3. probl. 4.*
(d) *Corol. 2. Teor. 4.*

molt. 2

$$Ox^2cd = 4b^2cp$$

divis. per cd

sarà $$x^2 = \frac{4b^2cp}{Ocd}$$

ed $x = \sqrt{\frac{4b^2cp}{Ocd}} = 2b\sqrt{\frac{p}{Od}}$. Sicchè dunque per aver la lunghezza BC, di un prisma di una data larghezza, e grossezza, che sia resistente alle serie de' solidi a, b, c, d, e, de' quali ne sia data l' altezza AP, deesi...

I. Dividere il peso, sostenuto dal prisma di due palmi (a), per lo prodotto del peso di un palmo cubo de' dati solidi, per la data altezza de' riferiti solidi, e dal quoziente se n' estragga la radice quadra, e si noti.

II. Si moltiplichi la detta radice quadra per la dupla grossezza, il prodotto sarà la lunghezza del prisma ABCD.

Esempio. Sia dato il prisma ABCD, la di cui grossezza AB, sia eguale 2, e l' altezza de' solidi a, b, c, d, e, sia 30, la larghezza di essi sia eguale a quella del medesimo prisma; in oltre sia di rotoli 3740 il peso, che può sostenere un prisma di palmi due della stessa materia; ed il peso di un palmo cubo de' riferiti solidi sia di rotoli 29. 5. Dividendosi adunque il numero 3740, per 885, ch' è il prodotto che nasce dalla moltiplica di 29. 5 per 30, dal quoziente 4. 22. se n' estragga la radice quadra, ch' è 2. 05; moltiplicandosi questa per la dupla grossezza ch' è 4, il prodotto 8. 2. sarà la lunghezza BC, del prisma ABCD, il quale sarà resistente a' riferiti solidi sopraimposti della medesima lunghezza del prisma.

(a) *Corol. 3. probl. 4.*

AVVERTIMENTO IV.

Se la larghezza del prisma ABCD, fosse diversa da quella de' solidi sopraimposti; e ponendo la prima larghezza c, la seconda a, sarà la lunghezza del prisma, o sia il valore di $x = 2b\sqrt{\frac{cp}{Oad}}$, e per aver la riferita lunghezza deesi...

I. Moltiplicar la larghezza, per l'altezza de' detti solidi, ed il prodotto si moltiplichi per lo peso di un palmo cubo di essi, e tutto il prodotto si noti.

II. Trovisi un quarto proporzionale dopo il prodotto notato, la larghezza del prisma, ed il peso che sostiene il prisma di due palmi, dal quale se n'estragga la radice quadra.

III. Si moltiplichi finalmente la detta radice quadra, per la dupla grossezza del prisma, il prodotto sarà la lunghezza del prisma ABCD, resistente a' solidi di diversa larghezza sopraimposti.

PROBLEMA VII.

Trovare una formola generale per avere il peso, che può soffrire un dato prisma, il quale sia fitto nella sua lunghezza in un muro, e sia poggiato ne' due estremi sopra due sostegni.

Tav. II. Fig. 31.

Sia dato il prisma ADB, il quale sia fitto nella sua lunghezza AB, nel muro EF, e sia poggiato negli estremi AC, BG, su de' sostegni M, N, trovare il peso, che può sostenere, con una formola generale.

Sia la lunghezza AB $= a$, la larghezza AC $= c$; la grossezza CD $= b$; e suppongasi, che il detto prisma sia fitto

fitto nel muro nella lunghezza AB, senza esser poggiato co' suoi estremi, ed il peso P, con una tale ipotesi sia x. Ponendo d, per lo peso sostenuto da un prisma di base un palmo quadro, e di sporto un palmo, si avrà.

$$d : x = 1 : ab^2$$
$$c : 1 \ (a)$$

ovvero $d : x = c : ab^2$

ed $xc = dab^2$

Onde sarà $x = \frac{dab^2}{c}$

Suppongasi ora, che il detto prisma ADB, sia solamente poggiato cogli estremi AC, BG, ne' due sostegni M, N; e sia $2d$, il peso sostenuto da un prisma, poggiato ne' due estremi, che ha per base un palmo quadro, e sia di lunghezza palmi 2, e sia con quest' altra ipotesi il peso $P = y$. Si avrà similmente, che

$$2d : y = 1 : cb^2$$
$$a : 2$$

ovvero $2d : y = a : 2b^2c$

e sarà $ay = 4db^2c$

onde $y = \frac{4db^2c}{a}$

Ma essendo il prisma sostenuto da' due M, N, ed essendo fitto nel muro in tutta la sua lunghezza, quello dovrà soffrire $x + y$, che sarà il peso $P = \frac{dab^2}{c} + \frac{4db^2c}{a} = \frac{da^2b^2 + 4db^2c^2}{ac} = \frac{db^2}{ac}(a^2 + 4c^2)$. Ciocchè si andava cercando.

AV-

(a) *Corol. 2. Teor. 4.*

AVVERTIMENTO I.

Sicchè dunque per avere il peso, che potrebbe soffrire un dato prisma, il quale sia fitto nella sua lunghezza in un muro, e sia poggiato co' suoi estremi in due sostegni, deesi...

I. Moltiplicar la sua lunghezza per la sua larghezza, ed il prodotto si noti.

II. Moltiplicare il peso, sostenuto da un prisma di un palmo di base, ed un palmo di sporto, per lo quadrato della grossezza del dato prisma, ed il prodotto si noti,

III. Si unisca il quadrato della lunghezza, ed il quadruplo quadrato della larghezza, e la somma si noti.

IV. Finalmente trovisi un quarto proporzionale, dopo il primo prodotto; quello notato nel n. II., e la somma del n. III. quello sarà il peso, che potrà sostenere il detto prisma.

Esempio. Sia del prisma di piperno ADB la lunghezza AB = 20; la larghezza AC = 9; la grossezza CD = 1; ed il peso, sostenuto da un prisma della stessa materia di base un palmo quadro, e di sporto un palmo, ch' è eguale a rotoli 10080 (*a*); il prodotto della lunghezza, e larghezza sarà 180; il prodotto del detto peso per lo quadrato della grossezza sarà 10080; e la somma del quadrato della lunghezza, ed il quadruplo quadrato della larghezza sarà 724. Indi dopo i detti tre numeri 180, 10080, 724, trovisi il quarto proporzionale 40524, sarà questo il peso, che potrà soffrire il detto prisma.

A AV-

(a) *Avvert.* 1, *Teor.* 5.

AVVERTIMENTO II.

Dalla ſoluzion di ſopra ſi poſſono aver tutte le dimenſioni di un priſma fitto nel muro, il quale ſia poggiato co' ſuoi eſtremi in due ſoſtegni, e che ſia reſiſtente ad un dato peſo. Eſſendo dato del priſma ADB, la larghezza AC, la groſſezza CD, il peſo P, il quale chiamiſi p; dovendo trovare la lunghezza AB, che poniamo x; la equazion di ſopra ſi ridurrà ad $x = \sqrt{\frac{p^2c^2}{4d^2b^4} - 4c^2} + \frac{pc}{2db^2}$ ovvero ſarà $x = c\sqrt{\frac{p^2}{4d^2b^4} - 4} + \frac{pc}{1db^2}$. Sicchè dunque per aver la lunghezza AB, deeſi...

I. Moltiplicare il peſo P, per ſe ſteſſo, ed il prodotto ſi noti.

II. Si moltiplichi il numero coſtante 4, per lo peſo ſoſtenuto da un priſma di un palmo (a), avanzato a ſeconda potenza, ed il prodotto ſi moltiplichi per la groſſezza CD, avanzata a quarta potenza, ed il prodotto ſi noti.

III. Si divida il prodotto notato nel n. I., per quello notato nel n. II., dal quoziente ſe ne tolga il numero coſtante 4; e dal reſiduo ſe n'eſtragga la radice quadra.

IV. Si moltiplichi la detta radice per la larghezza AC; ed il prodotto ſi noti.

V. Si moltiplichi il peſo dato P, per la larghezza A; ed il prodotto ſi noti.

VI. Si moltiplichi in oltre il duplo peſo, ſoſtenuto dal priſma di un palmo, per lo quadrato della groſſezza CD, ed il prodotto ſi noti.

VII.

(a) *Avvert. 1. Teor. 5.*

VII. Dividasi il prodotto notato nel n. V. per lo prodotto notato nel n. VI, ed il quoziente si noti.

VIII. Si unisca finalmente il prodotto notato nel n. IV., ed il quoziente notato nel n. VII., la somma sarà la lunghezza AB, che si va cercando.

AVVERTIMENTO III.

Se poi del detto prisma sia data la lunghezza AB, la grossezza CD, ed il peso P; per trovar la larghezza AC, posta x; la equazione del problema precedente si ridurrà ad $x = \sqrt{\frac{p^2a^2}{32d^2b^4} - \frac{a^2}{2}} + \frac{pa}{4db^2}$, ovvero sarà

$x = a\sqrt{\frac{p^2}{32d^2b^4} - 0.5} + \frac{pa}{4db^2}$. Onde per aver la larghezza riferita, deesi . . .

I. Moltiplicare il dato peso P, per se stesso, ed il prodotto si noti.

II. Si moltiplichi il peso sostenuto dal prisma di un palmo (a), avanzato a seconda potenza, per la grossezza CD, avanzata alla quarta potenza; ed il prodotto si moltiplichi per lo numero costante 32, ed il prodotto si noti.

III. Dividasi il prodotto notato nel n. I., per lo prodotto notato nel n. II., dal quoziente se ne tolga il numero costante 0. 5. Dal residuo se n'estragga la radice quadra.

IV. Si moltiplichi la riferita radice per la lunghezza AB, ed il prodotto si noti.

V. In oltre si moltiplichi il peso P, per la lunghezza AB, ed il prodotto si noti.

VI.

(a) *Avvert.* 1. *Teor.* 5.

VI. Indi si moltiplichi il peso, sostenuto dal prisma di un palmo, per lo quadrato della grossezza CD, ed il prodotto si moltiplichi per lo numero costante 4; il prodotto si noti.

VII. Dividasi il prodotto notato nel n. V. per quello notato nel n. VI., ed il quoziente si noti.

VIII. Uniscasi il prodotto notato nel n. IV., ed il quoziente notato nel n. VII. la somma sarà la larghezza AC, che si va cercando.

AVVERTIMEMTO IV.

Finalmente del riferito prisma fosse data la lunghezza AB; la larghezza AC; ed il peso P; per trovar la grossezza CD, posta x, la equazion si ridurrà ad $x = \sqrt{\frac{pac}{da^2 + 4dc^2}} = \sqrt{\frac{pac}{d(a^2 + 4c^2)}}$. Onde per aver la riferita grossezza, deesi...

I. Sommare il quadrato della lunghezza AB, ed il quadruplo quadrato della larghezza AC; e la somma si moltiplichi per lo peso, sostenuto dal prisma di un palmo (a), ed il prodotto si noti.

II. Trovisi un quarto proporzionale dopo il notato prodotto; il peso P; ed il prodotto della lunghezza AB, per la larghezza AC; la radice quadra del detto quarto proporzionale sarà la grossezza DC, che si va cercando.

AVVERTIMENTO V.

Dovendo il prisma ADB, esser gravato da una progression di solidi, come quello proposto nel problema V., ed avvertimenti susseguenti, in questo caso si porrà a

 cal-

(a) *Avvert. 1. Teor. 5.*

calcolo la somma di essi pesi della maniera dimostrata nel Corol. avvert. I. probl. V.

COROLLARIO.

Dall' esposte risoluzioni si deduce la maniera di proporzionar le lunghezze, larghezze, e grossezze di qualunque artifizio Architettonico, e degli archi piani ne' vani, per sostenere i pesi delle fabbriche, che si sopraimpongono ad essi. Con una sola differenza, che le suddette fabbriche per la coesion, che hanno colle altre adjacenti, vengon diminuite di peso, e perciò sono di minore azione. In appresso si dirà, quanto questa coesion diminuisca il peso, che si dovrà porre a calcolo in tali casi.

AVVERTIMENTO VI.

Nel teorema V. si è dimostrato, che le resistenze di un prisma, poggiato ne' due estremi, nel quale sieno situati in varj luoghi i pesi, sieno nella reciproca ragion de' rettangoli fatti dalle parti della lunghezza, prese da' suoi estremi, e corrispondenti a' detti siti. Come queste resistenze crescono andando verso uno degli estremi, così si riducono ad una minima, che sarà nel punto di mezzo, in dove corrisponderà il quadrato della metà della lunghezza, il quale è massimo di tutti i rettangoli, che si posson fare dalle parti della medesima lunghezza, e corrispondenti a qualunque altro punto (a). Per avere il punto di una resistenza media in un prisma, gravato da una serie di pesi in tutta la sua lunghezza, è necessario trovare il rettangolo, che sia eguale alla metà del quadrato fatto dalla metà della lunghezza del prisma. Ciò si esegue col seguente

PRO-

(a) *Prop. 5. lib. 2. Eucl.*

PROBLEMA VIII.

Data una retta, divisa in due parti eguali, dividerla in un altro punto, che il rettangolo formato da queste parti, sia eguale alla metà del quadrato, fatto sulla metà della data retta.

Sia data la retta AB, divisa in due parti eguali nel punto C, dividerla in un altro punto, nel quale il rettangolo fatto dalle parti, sia eguale alla metà del quadrato fatto su di AC. Tav. II. Fig. 12.

Sopra la retta AC, si descriva il semicerchio AEC, la periferia del quale si divida in due parti eguali nel punto E, e da questo si tirino le rette AE, EC. Si descriva similmente il semicerchio ADB, su di AB, e dal punto A, si tiri la tangente AF; si faccia centro A, e coll' intervallo AE, si faccia l'arco EG, che incontri la tangente AF, nel punto G. Per lo punto G, si tiri la retta GH, parallela ad AB, che incontri la periferia ADB, nel punto H, da questo si abbassi la HI, perpendicolare su di AB. Dico, che il rettangolo, fatto da AI, in IB, sia eguale alla metà del quadrato di AC.

Il rettangolo, fatto da AI, in IB, è eguale al quadrato di HI, ovvero a quello di AG, ovvero a quello di AE. Ma il quadrato di AC, è duplo di quello, fatto su di AE; Dunque il rettangolo, fatto da AI, in IB, sarà eguale alla metà del quadrato, fatto su di AC. Ciocchè si andava cercando.

COROLLARIO.

Essendo il quadrato di AC, duplo del quadrato di HI, ed il quadrato di HI, eguale al rettangolo di AI,

 in

in IB (*a*), sarà il quadrato di AC, duplo del rettangolo di AI, in IB. Ma il rettangolo di AI, in IB, unito al quadrato di IC, è eguale al quadrato di AC (*b*), sarà il quadrato di IC, eguale al rettangolo AIB, ovvero al quadrato di IH, e perciò sarà il triangolo HIC, isoscele; onde l'angolo ICH, sarà semiretto, e perciò l'arco AH, sarà metà del quadrante AD. Sicchè dunque il punto di una media resistenza in una lunghezza di un prisma, fitto ne' suoi estremi, e gravato da una progression di pesi eguali, sarà l'incontro della perpendicolare, calata dalla metà del quadrante del semicerchio descritto sulla medesima lunghezza.

AVVERTIMENTO.

Finora si sono esaminati i prismi retti, ed orizzontali, fa di mestieri ora rapportar la resistenza di questi a quella di un arco semicircolare della medesima grossezza, e materia del prisma. Se il prisma ABDC, sia poggiato co' due estremi B, D, ne' due sostegni M, N, e nel mezzo di esso E, vi sia sospeso il grave R, che lo sforzi a romperlo, per la dottrina di sopra espressa, deesi romper ne' punti B, D; e facendo gli stessi punti B, D, l'ufficio di due ippomoclj, si distaccaranno prima le parti in A, e C, e progressivamente le altre fino a' punti B, e D. Ma ciò non può accadere, se nel mezzo E, non s'incomincino nel medesimo tempo le parti a disunirsi dalla banda di sotto, onde si descriveranno gli archi Aa, Cc, ee, eguali, che saran gli spazj delle rotture. Sicchè un prisma, gravato di un peso atto a poterlo rompere, le fratture si faranno in tre luoghi, per mezzo de' quali vien diviso il detto prisma in due parti

Tav. II Fig. 13. n. 1.

(a) *Prop.* 13. *lib.* 6. *Eucl.*
(b) *Prop.* 5. *lib.* 2. *Eucl.*

parti eguali. Se l'arco ABCDE, gravato dal peso R, nel mezzo C, lo spingesse a romperlo, le fratture dovranno essere in cinque siti, cioè in A, H, F, G, E. Poichè premendo il peso R, in C, quello sforza il punto C, ad approssimarsi nel centro Q; dovendosi avvicinar questo punto C, nel centro, i punti H, G, che sono le metà de' quadranti BC, CD, si dovranno allontanare di tanto, quanto quello si avvicina; e dovendosi slargare il sito, che occupava le due porzioni HF, FG, queste sforzaranno le altre due porzioni BH, GD, a distaccarsi da A, ed E; e perciò le fratture nel semicerchio ABCDE, si faran ne' siti, A, H, F, G, E. Il rapporto poi che avrà la resistenza di esso a quella del prisma, che sia suo diametro, e sia della medesima grossezza, e della stessa materia, si vedrà nel seguente.

Tav. II. Fig. 33. n. 2.

TEOREMA VI.

Sia l'arco BACDE, della medesima grossezza, e materia del prisma BE, fitti ne' sostegni M, N; e sieno R, P, i massimi pesi, oltre de' quali cresciuti si romperebbero. Dico che il peso P, sta al peso R, in ragion composta di $FQ + AG : BE$, e di $3 : 5$.

Tav. II. Fig. 33. n. 3.

Per l'avvertimento precedente l'arco BACDE, gravato dal peso R, dovrà rompersi ne' punti B, F, C, I, D; onde la metà di esso, cioè ABC, si può paragonar con BO, metà di BE; ed il quadrante ABC, lo possiam concepire in due prismi, cioè FC, ed ABF. Il primo sarà gravato da un peso nella direzione CR; ed il secondo sarà tirato per la direzione GL: in questo l'ippomoclio sarà in A, e la distanza da questo alla direzion della potenza sarà AG; in quello poi l'ippomoclio sarà in F, e la distanza da questo alla direzion della potenza sarà FQ. Concepiamo il peso R, diviso in due parti, cioè *m*, *n*; *m*, che sia capace di rompere FC,

per

per la direzione CQ; ed n, di rompere ABF, per la direzione GL. Si avrà perciò, che

$$m : P = BO : FQ \ (a)$$

ed $$n : P = BO : AG,$$

Sicchè $$P \times BO = m \times FQ,$$

e $$P \times BO = n \times AG,$$

e la somma di queste essendo eguale, sarà

$$P \times 2\ BO = \overline{m + n} \times \overline{FQ + AG},$$

Ma $m + n$ è eguale al peso R;

Dunque $P \times 2\ BO = R \times \overline{FQ + AG}$,

e sarà $P : R = \overline{FQ + AG} : BE$.

In oltre il peso P, agendo nel prisma BE, lo rompe in tre parti, ed R, rompe il semicerchio ACD, in cinque parti (b); dunque sarà ancora

$$P : R = 3 : 5$$

Che perciò il peso P, starà al peso R, nella ragion composta di FQ + AG, a BE, e di 3 : 5. Ciocchè doveasi dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

Posto il diametro BE = 2000, sarà FQ = 707, ed AG = 1000, per esser l'angolo FOB, semiretto; onde sarà FQ + AG = 1707, e perciò il peso P, starà al peso R, nella ragion composta di 1707 : 2000

e di 3 : 5

che sarà quella di 5121 : 10000. Per trovar dunque il peso, che potrebbe soffrire un arco semicircolare di eguale grossezza, e materia di un prisma, la lunghezza del quale è il diametro del medesimo arco, essendo dato il peso, che il riferito prisma può sostenere, deesi trovare un quarto proporzionale dopo i due numeri costanti

5121,

(a) *Teor. 2. Cap. 3.*
(b) *Avvert. preced.*

5121, 10000, ed il peſo che ſoſtiene il priſma, e quello ſarà il peſo che ſoffrirebbe l'arco.

AVVERTIMENTO II.

Dovendoſi trovar la groſſezza AB, dell'arco ſemicircolare BACDE, il quale ſia egualmente reſiſtente del priſma BE, per l'avvert. precedente abbiamo, che

$P : R = 5121 : 10000$; e ponendoſi $AB = x$, ſi avrà

$P : R = 5121 : 10000$

$BS^2 : x^2$ (a)

così facendoſi $P = R$; ſarà $5121 \times BS^2 = 10000 \times x^2$

Onde ſarà $x^2 = \frac{5121 \times BS^2}{10000}$, ed eſtraendo la radice ſi avrà

$x = \sqrt{\frac{5121\ BS^2}{10000}}$. Sicchè dunque trovando un quarto proporzionale dopo i due numeri coſtanti 10000, 5121, ed il quadrato della groſſezza BS, la radice quadra del detto quarto proporzionale ſarà la groſſezza dell'arco ſemicircolare, egualmente reſiſtente al priſma BE, il quale abbia la medeſima larghezza del riferito arco.

AVVERTIMENTO III.

E' facile ora il trovar la groſſezza di qualunque altro arco, che ſia egualmente reſiſtente ad un priſma, che gli ſia ſutteſa, come ſarebbe dell'arco AEC. Poichè abbiamo la groſſezza dell'arco ſemicircolare ABC, con eſſer data la groſſezza del priſma AC; dal ſemicerchio al diametro vi ſi poſſon fare infiniti archi, che abbiano la medeſima ſutteſa, e queſti, quanto più ſi accoſtino alla corda AC, tanto più debbono avanzarſi in groſſezza;

Tav. II. Fig. 14.

(a) *Teor.* 4., e *Corol.* 2. *Teor.* 3.

za, fino alla groſſezza del priſma AC; onde le groſſezze di eſſi archi ſi aumentano nella medeſima ragion della di loro decreſcenza dal ſemicerchio, e così al contrario. Dovendoſi intanto trovar la groſſezza dell' arco AEC, a poter ſoſtenere un dato peſo, deeſi...

I. Trovar la groſſezza del priſma AC di corda del detto arco, e che ſia reſiſtente al dato peſo (*a*).

II. Troviſi la groſſezza dell' arco ſemicircolare ABC, come di ſopra ſi è detto.

III. Troviſi un quarto proporzionale, dopo AD, metà del priſma; BE, ch' è l' eccesſo della medeſima metà di priſma ſull' altezza DE, dell' arco imperfetto; e l' eccesſo della groſſezza del priſma AC, ſulla groſſezza dell' arco ſemicircolare ABC. Al quale quarto proporzionale vi ſi aggiunga la groſſezza dell' arco ſemicircolare ABC, la ſomma ſarà la groſſezza dell' arco AEC.

AVVERTIMENTO IV.

Facendoſi le rotture nell' arco ſemicircolare ABC, ne' punti A, F, B, K, C, e le rotture nel priſma AC, ne' punti A, D, C; in tutti gli altri archi da ſotto al ſemicerchio, le rotture ne' fianchi dovranno farſi più proſſime agli eſtremi A, C, con progreſſion tale, che diventando l' arco il priſma AC, ſi romperà ne' ſuoi eſtremi. La ſcala dunque che ſegna tali rotture in tutti gli archi, ſi è di formare il quadrato ADBG; come la diagonale DG, ſegna il punto F, ch' è metà del quadrante AB, luogo ove ſi fa la rottura ne' fianchi del ſemicerchio. Così le altre diagonali, come ſarebbe DH, nel rettangolo ADEH, ſegnarà il punto I, ove ſi farà la rottura ne' fianchi dell' arco AEC, e diventando l' arco il priſma AC, la rottura ſi farà negli eſtremi A, C.

AV-

(a) *Avvert. probl.* 4.

AVVERTIMENTO V.

Nel Corol. Avvert. I. probl. V. si è dimostrato, che un prisma orizzontale, poggiato ne' due estremi, e gravato da una serie di pesi eguali, deesi la sua resistenza calcolare, come sostenesse la metà della somma di essi pesi. Non accade così nell'arco, poichè venendo gravato da una serie di pesi eguali, que', che sovrastano ne' fianchi, formano un ostacolo allo spezzamento in detti luoghi, e quanto più vengon gravati in detti luoghi, altrettanto saran resistenti; e possono essere di una resistenza infinita, come si farà vedere nell' adattar l' esposte teorie.

COROLLARIO.

Da ciò ne segue, che la costruzion degli archi, o volte dee farsi co' fianchi di fabbrica di una continuazion di pietre convergenti al centro, per esser più resistenti, e di maggior durata.

AVVERTIMENTO VI.

Nel solo caso potrebbesi spezzar l' arco accosto la sua cima, quando dovrebbe soffrire un peso tanto grande nel suo vertice B, che la grossezza m n, del prisma m n p o, ch' è il profilo di quella porzion di arco, ove poggia il riferito peso, sia della grossezza m n, a non poterlo sostenere. Per le teorie esposte nell' esame della resistenza de' prismi si risolve il riferito caso, il quale può accader solamente quando ne' fianchi del medesimo arco vi sovrastino pesi a fare ostacolo nelle quarte parti di esso, ed il peso nella sua cima sia molto maggiore, il quale non potendo superar tali ostacoli, opera col suo

Tav. II. Fig. 14.

 asso-

assoluto peso verticalmente a distaccar le parti adiacenti m n, o p. Se poi l'arco è privo di tali ostacoli, il riferito peso agisce nelle quarte parti, onde il distaccamento delle parti non può accader ne' luoghi m n, o p, ma ne' luoghi più deboli F, K, che son di minima resistenza, come si è dimostrato.

C A P. IV.

De' muri isolati.

PEr muro s'intende una perfetta, ed arteficiale coesion di pietre per mezzo della calce, e pozzolana (*a*); perciò dalla qualità de' componenti, e modo di disponerli, ne viene la perfezion del muro, com' anche ce lo avvertisce il primo nostro Maestro di Architettura (*b*): *ita enim non acervatim, sed ordine structum opus, poterit esse sine vitio sempiternum*. Questo vien distinto in pedamento, o sia base, ed in parete. Il pedamento debb' esser poggiato su di un piano stabile (*c*), come fu avvertito dal citato autore: (*d*) *ab solido in solidum, quantum ex amplitudine Operis pro ratione videbitur*. Sette diverse maniere usarono i Greci nella formazion de' pareti. La prima fu chiamata *reticolata*, come il solido ABC, ove si distinguono i prismi quadrangolari, disposti in guisa, che una delle diagonali delle basi sia verticale, e l'altra orizzontale. La seconda si denomina parete *inserto*, ed in questo i mattoni, o le pietre son disposte colle di loro superficie orizzontali, come ABC, n. 2. Di questa seconda specie eran gli angoli de' reticolati BDC, n. 1., per dargli

Tav. II. Fig. 15. n. 1.

(a) *Cap. 5. lib. 1.*
(b) *Vitru. lib. 3. cap. 8.*
(c) *Cap. 6. lib. 1.*
(d) *Vitru. lib. 3. cap. 3.*

gli un ostacolo alla debolezza de' riferiti prismi. Quantunque questi fossero stati più grati alla veduta, ciò non ostante eran di più fermezza i secondi, come fu conosciuto fin da quei tempi (a): *ex his venustius est Reticulatum; sed ad faciendas rimas ideo paratum, quod in omnes partes dissoluta habeat cubilia, & coagmenta. In certa vero cæmenta, alia super alia sedentia, inter seque imbricata, non speciosam sed firmiorem, quam reticulata præstant structuram*. La terza maniera era familiare a' medesimi Greci, come ABC, n. 3; la costruzione era di pietre spianate, con tal legge che tra due serie di pietre, se ne frapponeva una più lunga, la quale concatenava le adiacenti. La quarta maniera appellavasi *isodomo*, ed era costrutto di pietre egualmente alte, come ABC. La quinta dicevasi *Pseudo-disodomo*, in questa gli strati delle pietre eran d' ineguale altezza. La sesta la chiamavano *Empleßon*, e veniva disposto ad avere i suoi fronti di pietre spianate, ed indi incrostate, come ABC, n. 4., ed il vuoto G, si riempiva di rottami con calce. E la settima finalmente veniva detta l' *incatenato*, ed era della medesima costruzion della precedente, ma per la fermezza i fronti si frenavano con catene di ferro.

Ne' tempi presenti i pareti si forman di tufo spianato, o di mattoni, ovvero di tufo, e mattoni mischiati, ovvero di brecce, o di piperno spianato; ed alle volte la superficie esterna di uno de' riferiti generi di pareti vien costrutta di piperno. Il parete adunque è il composto de' materiali enunciati di sopra, situati in guisa che due superficie sieno parallele, o egualmente elevate dalla superficie terrestre: *paries nuncupatur, quia semper duo sunt pares, vel a fronte vel a latere. Sive enim tetragonum, sive hexagonum fit, qui se conspiciunt,*

 ex

(a) *Vitru. lib. 2. cap. 8.*

ex pari erunt, aliter enim structura facta deformis est (a). Da ciò si deduce, che si può riguardare il profilo di un muro per la sua solidità; poichè se si concepisce diviso il muro in infiniti piani verticali, ciascun di essi sarà elemento dell' intero muro: e perciò quel che si dirà di uno di questi piani, o sezioni, s' intenderà per l' intero muro, e così sarà espressa ancor la forza, o sia potenza delle volte, che lo spinge, per mezzo della sezion verticale, che forma il profilo di esse. Per lo esame della di lor natura, ed effetti in rapporto alla pratica, è necessario premetter le seguenti proposizioni.

PROBLEMA I.

Data l' altezza di un muro, e data una potenza, o sia sforzo a rovesciarlo, considerandolo di una densità, trovar la grossezza, che debbe avere, per sostegno dell' equilibrio del dato sforzo.

Tav. III. Fig. 35.

Sia data l' altezza AB, di un profilo di muro, e data la potenza P, che lo tiri colla direzione AL, ovvero lo spinga da D, in A, trovar la grossezza BC, che debbe avere il detto muro, per la resistenza alla data potenza.

Si concepisca dal centro di gravità O, del rettangolo ABCD, che forma il profilo del muro, abbassata la perpendicolare OF, la quale divide BC, in due parti eguali, e s' intenda il peso R, equivalente al rettangolo ABCD, sospeso nel punto F. In questa guisa l' azione, e la reazion della potenza, e resistenza di un muro è ridotta ad un vette ricurvo, l' ippomoclio sarà il punto B, il braccio della potenza sarà AB, e quello della resistenza sarà BF. Posta dunque $AB = a$; $BC = x$; sarà la resisten-

(a) *Isidoro lib.* 14. *cap.* 8.

ſiſtenza R $= ax$, o ſia il profilo del muro: per principio meccanico la potenza, e la reſiſtenza ſon nella reciproca ragione delle diſtanze dal punto di appoggio, onde ſi avrà $a : \frac{x}{2} = ax : P$

e ſarà $\frac{ax^2}{2} = aP$

molt. per 2

ſarà $ax^2 = 2aP$

diviſ. per a

$x^2 = 2P$.

Onde $x = \sqrt{2P}$. Sicchè dunque, eſtraendo la radice quadra dalla dupla potenza, queſta ſarà la groſſezza del muro di data altezza, il quale ſarà reſiſtente alla data potenza, o sforzo. Ciocchè ſi andava cercando.

COROLLARIO.

Sicchè dunque gli sforzi diretti, o ſieno le potenze a roveſciare i muri iſolati, ſon come le metà, ovvero come i quadrati delle groſſezze di eſſe.

AVVERTIMENTO.

Negli sforzi diretti, o ſieno perpendicolari alle altezze de' pareti, non ci vengon conſiderate le altezze de' medeſimi pareti. Poichè, eſſendo il prodotto della potenza nel ſuo braccio, eguale a quello della reſiſtenza nel braccio corriſpondente (*a*), ſi avrà, che l'altezza ſarà fattore del primo, e ſecondo prodotto (*b*). Ma non mutano valore due numeri, che ſon moltiplicati da un terzo;

(a) *Corol.* 1. *probl.* 1. *cap.* 2.
(b) *Probl. preced.*

zo; perciò rendendosi inutile il moltiplicar per lo terzo numero i due fattori, che sono il quadrato della grossezza, e la dupla potenza, l'altezza del parete, ch'è il terzo numero, non avrà parte nello stabilire la enunciata grossezza.

PROBLEMA II.

Data l'altezza di un muro, che sia spinto da due forze, le quali tendono a rovesciarlo dalla medesima parte, trovar la sua grossezza, per sostener l'equilibrio delle dette forze.

Tav. III. Fig. 37.

Sia data l'altezza AB, di un muro tirato dalle due potenze P, p, che passino per le carrucole L, l, ovvero sia spinto da due forze dalle parti opposte, trovar la grossezza, che faccia equilibrio colle dette potenze, o sforzi.

Si concepisca dal centro di gravità del muro ABCD, calato il peso R, eguale al muro medesimo; e dicasi $AB = a$; $BE = e$; $BC = x$; sarà $R = ax$. La potenza p, trasportata in A, sarà $\frac{pe}{a}$ (a); onde per la leva ricurva ABC, si avrà

$$a : \frac{x}{2} = ax : P + \frac{pe}{a} \text{ (b)}$$

ed $$\frac{ax^2}{2} = aP + \frac{ape}{a}$$

divis. per a

sarà $$\frac{x^2}{2} = \frac{aP + pe}{a}$$

mult.

(a) *Probl.* 1. *cap.* 2.

(b) *Corol.* 2. *Avvert. probl.* 1. *cap.* 2.

molt. per 2, ed estrattane la radice sarà

$x = \sqrt{\frac{2aP + 2pe}{a}} = 1.41 \sqrt{\frac{aP + pe}{a}}$. Ciocchè si andava cercando.

AVVERTIMENTO.

Per aver dunque la grossezza di un muro spinto da due forze verso di una medesima direzione, essendo date le forze, e le rispettive altezze, ove agiscono, deesi...

I. Moltiplicar ciascuna forza per la sua altezza corrispondente, e la somma de' detti prodotti si divida per la intera altezza del parete, e dal quoziente se n' estragga la radice quadra, e si noti.

II. Si moltiplichi il numero costante 1.41, ch' è la radice di 2, per la radice notata, il prodotto sarà la grossezza, che si va cercando.

Esemp. Sia la potenza P = 20; l' altra p = 30; l'altezza AB = 16; e l' altezza BE = 6; sarà il prodotto della prima potenza per la prima altezza 320; l' altro prodotto della seconda potenza per la corrispondente altezza sarà 180; e la somma di essi sarà 500: questa divisa per la intera altezza, il quoziente sarà 31. 25, dal quale se n' estragga la radice quadra, che sarà 5. 59. Si moltiplichi finalmente il numero costante 1. 41, per la detta radice, il prodotto 7. 87. sarà la grossezza che debbe avere il parete per equilibrare i detti sforzi.

COROLLARIO.

Se la forza P, tirasse da A, in L, e la forza p, spingesse con direzion contraria, allora la equazion si ridurrà in $x = 1.41 \sqrt{\frac{aP - pe}{a}}$ (a). Sicchè dunque per aver

(a) *Corol. 3. Avvert. probl. 1. cap. 2.*

aver la grossezza in questo caso, in vece di sommare i primi prodotti, se ne prenda la di loro differenza, e si termini 'l calcolo, come si è detto di sopra.

L E M M A.

Tav. III. Fig. 38. Sieno dati i due lati AB, BC, del rettangolo ABCD, trovar la perpendicolare BE, calata sulla diagonale AC.

Essendo noti i due lati AB, BC, sarà nota la diagonale AC, per esser' eguale alla radice quadra della somma de' due quadrati fatti da AB, BC, (*a*). Onde essendo BC $= a$; AB $= b$; sarà AC $= \sqrt{a^2+b^2}$. Ma i due triangoli rettangoli ABC, BEC, son simili (*b*); Onde si avrà $\sqrt{a^2+b^2} : a = b : BE$; e perciò sarà BE $= \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Ciocchè si andava cercando.

A V V E R T I M E N T O.

Per aver dunque la perpendicolare abbassata da un angolo di un rettangolo sulla diagonale di esso, deesi dividere il rettangolo medesimo per la diagonale; il quoziente sarà la riferita perpendicolare.

C O R O L L A R I O.

Se la diagonale AC, diventa diagonale di un quadrato, allora sarà BE $= \sqrt{\frac{a^2}{2}}$, moltiplicandosi il nume-

rato-

(a) *Prop.* 47. *lib* 1.
(b) *Prop.* 8. *lib.* 6.

ratore, e denominatore per 2, si avrà

$BE = \sqrt{\frac{2a^2}{4}} = 1.41)\, \frac{a}{2}$. Sicchè dunque se la direzione BE, è perpendicolare sulla diagonale di un quadrato, se ne avrà il valore con moltiplicar la metà del lato del quadrato, per lo numero costante 1.41; ed essendo la diagonale del quadrato, dupla della riferita perpendicolare, sarà perciò $AC = 1.41\, a$.

PROBLEMA III.

Dati i lati del rettangolo della direzion di una forza obliqua in un parete, data l' altezza di esso, e data similmente la detta forza, trovar la grossezza del parete, per sostener l' equilibrio di essa.

Sieno dati i due lati EA, AF, del rettangolo, sulla diagonale del quale sia ad angoli retti la direzione AG, per cui sia urtato il parete; sia data ancora la potenza, che agisce nella detta direzione; e data l'altezza AB, del parete, trovar la grossezza BC, che faccia equilibrio colla detta forza.

Tav. III. Fig. 39.

Pongasi $AF = a$; $AE = b$; sarà $AG = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (a), per non intrigare in molti caratteri 'l calcolo dicasi $\sqrt{a^2 + b^2} = m$; sia in oltre $AB = c$; e $BC = x$; sarà la resistenza R, sospesa nel punto I, metà di CB. o sia il rettangolo $ABCD = cx$; la forza che agisce nella direzione GA, sia P.

O Si

(a) *Lem. preced.*

Si prolunghi la direzione GA, verso H, e dal punto C, ove si consideri l' ippomoclio, si abbassi la perpendicolare CH. Per la dottrina meccanica, sarà la potenza alla resistenza, come CI; a CH, ch' è la distanza dall' ippomoclio alla direzion della potenza. In oltre essendo il triangolo EAF, simile al triangolo AGF (*a*); ed il triangolo AGF, simile al triangolo ADO, e perciò simile ad OHC; si avrà in primo luogo, che

$$AE : AF = AG : GF$$

in secondo $AG : GF = DA : DO$

ed in terzo $AF : AG = CO : CH$

Sostituendo ora i caratteri algebraici all' espresse proporzioni, si avrà

$$b : a = \frac{ab}{m} : \frac{a^2 b}{mb} = \frac{a^2}{m} = GF$$

$$\frac{ab}{m} : \frac{a^2}{m} = x : \frac{a^2 x}{ab} = DO;$$

Sarà $CO = c - \frac{a^2 x}{ab} = \frac{abc - a^2 x}{ab}$

onde $a : \frac{ab}{m} = \frac{abc - a^2 x}{ab} : \frac{bc - ax}{m} = CH$;

Sarà ora $P \times \frac{bc - ax}{m} = cx \times \frac{x}{2}$ (*b*);

Onde $\frac{Pbc - Pax}{m} = \frac{cx^2}{2}$

Moltiplicandosi per 2, e dividendosi per c, si avrà

$$\frac{2Pbc + 2Pax}{cm} = x^2$$

e paſ-

(a) *Prop. 8. lib. 6. Eucl.*
(b) *Corol. 1. probl. 1. cap. 2.*

e passando l' incognita sarà

$$x^2 + \frac{2Pax}{cm} = \frac{2Pbc}{cm}$$

aggiuntovi $\frac{P^2 a^2}{c^2 m^2}$, ed estrattane la radice, sarà

$$x + \frac{Pa}{cm} = \sqrt{\frac{2Pbc}{cm} + \frac{P^2 a^2}{c^2 m^2}}$$

Onde $x = \sqrt{\frac{2Pb}{m} + \frac{P^2 a^2}{c^2 m^2}} - \frac{Pa}{cm}$. Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO I.

Per aver dunque la grossezza di un parete, del quale sia data la potenza di direzione obbliqua a rovesciarlo, e sieno dati i lati del rettangolo, sulla diagonale del quale cada a perpendicolo la direzion della potenza, deesi.

I. Estrarre la radice dalla somma de' quadrati fatti su di AE, AF, lati del riferito rettangolo della direzione, e si noti.

II. Trovisi un quarto proporzionale in ordine alla notata radice; la dupla potenza data; e l' altezza AE del rettangolo, e si noti.

III. Trovisi un' altro quarto proporzionale in ordine al prodotto del quadrato della notata radice nel n. I, per lo quadrato della data altezza AB; al quadrato della potenza; ed al quadrato della base AF, del rettangolo, e si noti.

IV. Dalla somma de' due notati quarti proporzionali se n' estragga la radice quadra: dalla quale se ne tolga un quarto proporzionale in ordine al prodotto della radice notata nel n. I., per l' altezza AB; alla data potenza; ed alla riferita base AF: il residuo sarà la grossezza CB, che si va cercando.

AVVERTIMENTO II.

Se la direzione AG, della potenza formi un angolo semiretto colla orizzontale AF, si farà $a = b$, ed $m = 1.41\ a$ (a), e la equazione (b) si ridurrà ad $x = \sqrt{\frac{2P}{1.41} + \frac{P^2}{2c^2}} - \frac{P}{1.41)c}$. Onde per aver la grossezza del parete, deesi...

I. Divider la dupla potenza per lo numero costante 1.41, ed il quoziente si noti.

II. Dividasi il quadrato della potenza per lo duplo quadrato dell' altezza del parete, ed il quoziente si noti.

III. Si uniscano i notati due quozienti, e dalla somma se n' estragga la radice quadra, e si noti.

IV. Dividasi la potenza per lo prodotto del numero costante 1.41 per l'altezza del parete, ed il quoziente si tolga dalla notata radice quadra; il residuo sarà la grossezza del parete, che si va cercando.

COROLLARIO.

Facendosi dunque $b = a$, ed essendo $CH = \frac{bc - ax}{m}$, sarà $CH = \frac{ac - ax}{1.41\ a}$; onde dividendosi il numeratore, e denominatore per a, si avrà $CH = \frac{c - x}{1.41}$

AV-

(a) *Corol. Lem. probl.* 3.
(b) *Corol. lem. prec.*

AVVERTIMENTO III.

Se il parete fosse spinto da due forze con simili direzioni, o con differenti, verso di una medesima parte; o con simili direzioni, o diverse, l'una opposta all'altra; si troverà la grossezza di esso trasportando le potenze in un luogo, o sommandole, o detraendole, come si è detto nel problema II, e corol., ed indi deesi porre a calcolo la distanza dall'ippomoclio alla direzion della potenza, come nel probl. preced., come si dirà nell'applicazion particolare.

PROBLEMA IV.

Data l'altezza di un profilo di parete triangolare, e data una potenza, trovare la base del detto profilo, o sia grossezza nel piede di esso parete, acciò faccia equilibrio colla data potenza.

Sia data l'altezza AB, del profilo triangolare ABC, di un parete, e data una potenza, che spingesse da D, in A, ovvero che tirasse da A, in F, e sia P, trovare la grossezza della base BC, affinchè il triangolo ABC, sia in equilibrio colla data potenza.

Tav. III. Fig. 40.

Essendo il triangolo ABC, tirato da A, in F, i bracci della leva ricurva saranno AC, CB, e l'ippomoclio il punto C: suppongasi il triangolo ABC, ridotto nel suo centro di gravità, dal quale sia abbassato il peso R, ad esso eguale, la direzion del quale taglierà dalla base BC, la porzione CH, che sarà $\frac{2}{3}$ BC (a); onde il braccio della leva di resistenza sarà CH; e la distanza dall'ippomoclio alla direzion della potenza sarà CF. Pon-

(a) *Teor. 1. cap. 1.*

Pongasi $AB = CF = c$; $BC = x$; farà $CH = \frac{2x}{3}$; la resistenza $R = \frac{cx}{2}$; e la potenza sia P. Onde si avrà

$$P : \frac{cx}{2} = \frac{2x}{3} : c \quad (a)$$

e farà $Pc = \frac{2cx^2}{6}$

ovvero $Pc = \frac{cx^2}{3}$

divis. per c

farà $P = \frac{x^2}{3}$

molt. per 3, ed estrattane la radice quadra, si avrà $x = \sqrt{3P}$. Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO I.

Per trovar dunque la grossezza di un muro, il profilo del quale sia un triangolo rettangolo, e sia data la potenza, che lo spingesse orizzontalmente, deesi estrarre la radice quadra dalla tripla potenza: la detta radice sarà la base del riferito triangolo, o sia profilo.

AVVERTIMENTO II.

Il triangolo ABC, venendo spinto da F, in A, ovvero fosse tirato da A, in D, in questo caso l'ippomoclio sarà nel punto B; e comecchè la distanza dall'ippomoclio alla direzion della potenza è BA, ch'è eguale a CF,

(a) *Cap.* 2.

a CF, essendo orizzontali le riferite direzioni, e la distanza dall' ippomoclio B, alla resistenza R, è BH, metà di HC. Dunque un muro, il dicui profilo è triangolare, è duplo resistente alla spinta orizzontale, che in esso si fa dalla parte dell' altezza, che da quella della ipotenusa (a). Se poi è spinto con direzioni oblique, si farà molto più resistente del primo in rapporto alle medesime spinte. La verità di ciò si dimostra col seguente.

TEOREMA I.

La resistenza in un triangolo rettangolo, spinto da una forza obbliqua dalla parte dell' altezza di esso, sta a quella dalla parte della ipotenusa, come la dupla base dell' intero triangolo, che incontra la direzion prolungata alla base del triangolo fatto dalla ipotenusa, e prolungamento della direzione.

Sia il triangolo rettangolo ACE, un profilo di un parete. Dico, che se quello è spinto colla direzione PC, la sua resistenza starà a quella, se fosse spinto con direzione eguale QC, come la dupla base AG, del triangolo fatto colla direzione PC, prolungata alla base EG, del triangolo ECG.

Tav. III. Fig. 41.

Dal punto A, si abbassino le perpendicolari AD, AB, sulle direzioni prolungate CD, CB; e dal punto E, si abbassi ancor la perpendicolare EF. Essendo le direzioni PC, QC, egualmente inclinate sulla verticale CA, saranno gli angoli ACB, ACD, eguali, e perciò ne' due triangoli ABC, ADC, saranno i due lati AB, AD, eguali (b). In oltre nel triangolo ABG, essendo AB,

(a) *Corol. 2. probl. 1. cap. 2.*
(b) *Prop. 26. lib. 1. Eucl.*

AB, EF, parallele, farà AG : EG = AB : EF (*a*). Ma essendo EF, AD, le distanze dall' ippomoclj rispettivi E, A; dunque possiam considerar queste distanze in EG, AG. Ciò posto, sia AH, terza parte di AE, dal qual punto s' intenda sospesa la resistenza R, eguale al triangolo (*b*) ACE: dicasi ora lo sforzo per la direzione PC, P; e quello per la direzione QC, p: avremo

$$P : R = HE \text{ ovvero } 2 : EG$$

Onde $$\frac{P}{R} = \frac{2}{EG}$$

Così ancora si avrà

$$\frac{p}{R} = \frac{1}{AG}$$

Onde sarà $$\frac{P}{R} : \frac{p}{R} = \frac{2}{EG} : \frac{1}{AG}$$

ovvero riducendo le due frazioni a' medesimi denominatori

$$\frac{P}{R} : \frac{p}{R} = 2AG : EG.$$ Sicchè dunque lo sforzo per PC, starà a quello per QC, come la dupla base AG, ad EG. Ch' è quello che si dovea dimostrare.

COROLLARIO.

Si deduce da ciocchè si è dimostrato, ch' è più resistente un muro, il dicui profilo è triangolare rettangolo, il quale sia sforzato da uno de' cateti, o con direzione orizzontale, o con obbliqua, di quello se fosse sforzato dall' ipotenusa: così ancora s' intende di qualunque altro muro, che da un lato sia a perpendicolo, e dall' altro sia inclinato, o a scarpa.

AV-

(a) *Prop. 4. lib. 6. Eucl.*
(b) *Teor. 1. cap. 1.*

AVVERTIMENTO.

Diventando la direzione PC, dello sforzo nella linea CE, prolungata verſo C., nel qual caſo il punto G cadrà nel punto E, la reſiſtenza di un tal profilo diventerà infinita; poichè la reſiſtenza del triangolo nello sforzo QC, ſtarà a quella nello sforzo della direzione CE, come 2AE, a zero.

COROLLARIO.

Co' riferiti profili triangolari ſi muniſcono i pareti per ridurli ad una maggior reſiſtenza in ſoſtener qualſivoglia ſpinta: Onde ſi deduce da ciocchè è ſtato dimoſtrato, come un parete munito di un profilo triangolare ſi può ridurre ad una infinita reſiſtenza.

PROBLEMA V.

Dato il trapezio ABCD, che abbia i due lati AD, BC, paralleli tra eſſi, e perpendicolari su di CD, trovar nel lato AD, il punto ove cade la direzion perpendicolare del centro di gravità. Tav. III. Fig. 42.

Si dividano i due lati AD, BC, in due parti eguali ne' punti E, ed F, e ſi uniſcano per mezzo della retta EF; per lo punto F, ſi tiri la retta FL, parallela a CD; indi ſi concepiſca O, centro di gravità del trapezio ABCD, dal quale ſi abbaſſi OI, perpendicolare su di AD. Sia $AD = a$; $BC = b$; ed $EF = c$ ſi avrà $3a + 3b : 2b + a = c : OE = \frac{2bc + ac}{3a + 3b}$ (a)

P ed

(a) *Avvert. 1. Corol. Lem. probl. 2. cap. I.*

ed essendo nel triangolo FEL, la OI, parallela ad FL, sarà $c : \frac{2bc+ac}{3a+3b} = \frac{a-b}{2} : EI = \frac{a^2-ab}{6a+6b}$.

Onde sarà $AI = \frac{a}{2} + \frac{a^2-ab}{6a+6b} = \frac{2a^2+ab}{3a+3b} = \frac{a(2a+b)}{3(a+b)}$

Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO I.

Per aver dunque nel lato AD, la distanza dal punto A, al punto I, che segna la direzion del centro di gravità del trapezio ABCD, deesi trovare un quarto proporzionale in ordine alla tripla somma de' due lati paralleli AD, BC; alla semplice lunghezza AD; ed alla dupla AD, unita al lato corto BC; il detto quarto proporzionale sarà la distanza AI.

AVVERTIMENTO II.

Rappresentando il trapezio ABCD, un profilo di un parete, munito di un profilo triangolare, che volgarmente si denomini parete a scarpa, quello essendo spinto da una forza dalla parte della perpendicolare, ovvero tirato dalla potenza P, dalla parte della scarpa, si rende più resistente di un' altro parete della medesima estension del riferito profilo. Poichè facendosi della leva ricurva il braccio AI, della resistenza, maggiore nel trapezio, di quello, ch' è il braccio della resistenza nel rettangolo eguale al dato trapezio; il trapezio ABCD, sarà di maggior resistenza del rettangolo eguale. Sicchè dunque con minor fabbrica costruendo il parete a scarpa si ottien la stessa resistenza del parete costrutto a perpendicolo. Una tal verità si farà chiara dopo la soluzion di alcuni proble-

blemi, che determinaran l'equilibrio di essi in rapporto a' sforzi, ed alle resistenze.

PROBLEMA VI.

Tav. III. Fig. 42.

Data l'altezza DC, di un parete, il dicui profilo sia ABCD, avendo DC, a perpendicolo, e BA, a scarpa; e sia data la ragion della grossezza DA, a quella BC, la quale sia di $m:n$, e data la potenza P, che lo tiri con direzione orizzontale, trovar le riferite grossezze, acciò il parete sia in equilibrio colla potenza P.

Sia $CD = c$; $AD = x$; sarà $BC = \frac{nx}{m}$; dividansi li due lati BC, AD, in due parti eguali ne' punti F, ed E, e si uniscano per mezzo della retta FE; concepiscasi il punto O, centro di gravità, dal quale sia abbassata la retta OI, perpendicolare su di AD, sarà $AI = \frac{2mx + nx}{3m + 3n}$ (*a*). Intendasi nel punto I, sospesa la resistenza R, eguale al trapezio ABCD; sarà dunque la leva ricurva BAI, dotata di resistenza nel punto I, e di potenza nel punto B; ed essendo l'ippomoclio il punto A, il braccio della resistenza sarà AI, e quello della potenza sarà AK, ch'è la perpendicolare calata sulla direzion della potenza P. Essendo il trapezio ABCD, eguale al prodotto della semisomma AD, e BC, per l'altezza DC, sarà perciò $R = \frac{mxc + nxc}{2m}$. Onde per lo principio meccanico sarà

$$\frac{mxc + nxc}{2m} \times \frac{2mx + nx}{3m + 3n} = Pc \; (b)$$

P 2 e sarà

(a) *Probl.* 5.
(b) *Corol.* 1. *probl.* 1. *cap.* 2.

e sarà $\frac{2mx^2c + nx^2c}{6m} = Pc$

molt. per $6m$, e divid. per c

Sarà $2mx^2 + nx^2 = 6mP$

Onde $x^2 = \frac{6mP}{2m+n}$

e sarà $x = \sqrt{\frac{6mP}{2m+n}}$. Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO.

Per trovare adunque le grossezze di un parete a scarpa per esser resistente ad una data potenza, che lo spinga con direzione orizzontale, essendo data la ragione, che debb' avere il piede di esso alla grossezza della cima; deesi trovare un quarto proporzionale, dopo la somma del duplo termine maggiore della data ragione, ed il semplice termine minore; sei volte il termine maggiore; e la data potenza: dal detto quarto proporzionale se n'estragga la radice quadra, la quale sarà la grossezza nel piede. Per aver poi la grossezza nella cima trovisi un' altro quarto proporzionale, dopo i due termini della data ragione, e la grossezza trovata nel piede.

PROBLEMA VII.

Dato il profilo BCDG, di un parete, che sia tirato dalla data potenza P, con direzione orizzontale BK, la quale potenza superi la resistenza del parete, trovar la grossezza AG, della scarpa d' aggiungerci, affinchè faccia equilibrio colla potenza.

Si

Si termini la figura come nel problema precedente, e sia BC $= d$; ed AG $= x$; sarà AI $= \frac{3d^2 + 5dx + 2x^2}{6d + 3x}$ (a) sarà ancora il trapezio ABCD $=$ R $= \frac{2dc + xc}{2}$

Onde $\frac{2dc + xc}{2} \times \frac{3d^2 + 5dx + 2x^2}{6d + 3x} = Pc$ (b)

e sarà $\frac{3d^2c + 5dxc + 2x^2c}{6} = Pc$

trasportando il termine cognito dall' altra parte, e moltiplicandosi per 6 si avrà $2x^2 + 5dx = 6P - 3d^2$

molt. per 2

sarà $4x^2 + 10dx = 12P - 6d^2$

divis. per 4

$x^2 + \frac{10dx}{4} = \frac{12P - 6d^2}{4}$

agg. $\frac{25d^2}{16}$, ed estrattane la radice quadra, sarà $x + \frac{5d}{4} = \sqrt{\frac{12P - 6d^2}{4} + \frac{25d^2}{16}}$,

ed $x = \sqrt{3P + \frac{d^2}{16}} - \frac{5d}{4}$. Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO.

Per aver la grossezza di una scarpa d'aggiungere ad un dato muro, che faccia equilibrio ad una data potenza che lo spinga con direzione orizzontale, deesi...

I. Moltiplicar la data potenza per lo numero costante 3, ed il prodotto si noti.

II.

(a) *Probl.* 5.

(b) *Corol.* 1. *probl.* 1. *cap.* 2.

II Dividasi il prodotto della grossezza del muro per se stessa moltiplicata, per lo numero costante 16, ed il quoziente si noti.

III. Si unisca il prodotto notato nel n. I, ed il quoziente notato nel n. II, e dalla somma se n' estragga la radice quadra.

IV. Finalmente dalla riferita radice quadra se ne tolga il quarto proporzionale, in ordine a' due numeri costanti 4, 5, e la grossezza del parete. Il residuo sarà la grossezza che debbe aver la scarpa di aggiunta al dato parete.

PROBLEMA VIII.

Data la base AG, del profilo ABG, di una scarpa da ponersi in un parete della medesima altezza, trovar la grossezza del parete, che, unito alla scarpa, sia in equilibrio colla potenza P, che lo tiri colla direzione orizzontale BK.

Sia $AG = d$; $BC = x$; e $DC = c$; e sia terminata la figura della stessa maniera del problema precedente; sarà $AI = \frac{2d^2 + 5dx + 3x^2}{3d + 6x}$ *(a)*

ed il trapezio $ABCD = R = \frac{dc + 2xc}{2}$

Onde $\frac{dc + 2xc}{2} \times \frac{2d^2 + 5dx + 3x^2}{3d + 6x} = Pc$ *(b)*

e sarà $\frac{2d^2c + 5dxc + 3x^2c}{6} = Pc$

e ri-

(a) *Probl.* 5.
(b) *Corol.* 1. *probl.* 1. *cap.* 2.

e ridotta la equazione sarà

$$3x^2 + 5dx = 6P - 2d^2$$

molt. per 2

$$6x^2 + 10dx = 12P - 4d^2$$

divis. per 6

sarà $x^2 + \frac{10dx}{6} = \frac{12P - 4d^2}{6}$

agg. $\frac{25d^2}{36}$, ed estrattane la radice

si avrà $x + \frac{5d}{6} = \sqrt{2P - \frac{4d^2}{6} + \frac{25d^2}{36}}$;

Onde sarà $x = \sqrt{2P + \frac{d^2}{36}} - \frac{5d}{6}$. Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO I.

Per avere adunque la grossezza di un parete, il quale dovess' essere munito di una data scarpa, acciò sia in equilibrio con una data potenza, che lo tiri con direzione orizzontale, deesi...

I. Moltiplicar la data potenza per lo numero costante 2, ed il prodotto si noti.

II. Dividasi il prodotto della base della data scarpa moltiplicata per se stessa, per lo numero costante 36, ed il quoziente si noti.

III. Si unisca il prodotto notato nel n. I, ed il quoziente notato nel n. II; e dalla somma se n' estragga la radice quadra.

IV. Finalmente dalla riferita radice se ne tolga il quarto proporzionale in ordine a' due numeri costanti 6, 5, e la enunciata base della scarpa; il residuo sarà la grossezza del parete, che deesi unire alla data scarpa, acciò sia in equilibrio colla riferita potenza.

AV-

AVVERTIMENTO II.

Essendosi esposte le teorie dell' equilibrio de' pareti cogli sforzi orizzontali, ed obbliqui. E comecchè il parete munito di profilo triangolare è di gran uso nella costruzion degli Edificj, sì per la di loro maggior resistenza, come per dare ostacoli a' pareti di cognita debolezza, perciò dopo di essersi date le teorie dell' equilibrio di essi colle spinte orizzontali, è necessario considerarli colle spinte obblique.

PROBLEMA IX.

Tav. III. Fig. 43.

Dati i due lati BH, BK, del rettangolo, sulla diagonale KH, del quale sia ad angoli retti la direzione obbliqua BI, di una forza che spinga il profilo ABDC, di un parete da farsi a scarpa di una data altezza; e data la ragion della grossezza DC, a quella di AB, e sia di $m:n$, trovar la grossezza del piede DC, e quella della cima AB, affinchè faccia equilibrio colla data forza.

Pongasi BH $= a$; BK $= b$; sarà KH $= \sqrt{a^2 + b^2}$; questa nel probl. III. fu posta eguale ad m, ed ora si porrà $\sqrt{a^2 + b^2} = q$; sia in oltre DB $= c$, e CD $= x$; e la forza sia P. Sarà CM $= \frac{bc - ax}{q}$ (a), col perfezionare il profilo CLBD, nel qual caso la direzione IM, e la verticale LC, s'interfecaran nel punto N. Il prodotto della resistenza nel suo braccio sarà $\frac{2mx^2c + nx^2c}{6m}$ (b) ed

(a) *Probl.* 3.
(b) *Probl.* 6.

ed il prodotto della potenza P, nel ſuo braccio CM, ſarà $\frac{Pbc - Pax}{q}$. Onde ſi avrà $\frac{2mx^2c + nx^2c}{6m} = \frac{Pbc - Pax}{q}$ (a) e riducendoſi le dette frazioni, ſarà

$$2mx^2cq + nx^2cq = 6mPbc - 6mPax,$$

e traſportata l' incognita dall' altra parte, ſarà,

$$2mx^2cq + nx^2cq + 6mPax = 6mPbc$$

e dividendoſi per $2mcq + ncq$

Si avrà $x^2 + \frac{6mPa}{2mcq + ncq} = \frac{6mPbc}{2mcq + ncq}$

aggiuntovi $\frac{(3mPa)^2}{(2mcq + ncq)^2}$, ed eſtrattane la radice, ſarà

$x + \frac{3mPa}{2mcq + ncq} = \sqrt{\frac{6mPbc}{2mcq + ncq} + \frac{(3mPa)^2}{(2mcq + ncq)^2}}$: onde ſarà

$x = \sqrt{\frac{6m \times Pb}{q(2m+n)} + \frac{(3m \times Pa)^2}{(cq(2m+n))^2}} - \frac{3m \times Pa}{cq(2m+n)}$. Che E, da F.

AVVERTIMENTO.

Per aver le groſſezze del piede, e della cima di un parete a ſcarpa, ſpinto da una forza obbliqua, eſſendo dati i lati del rettangolo delle forze componenti; la diagonale di eſſo; l' altezza del parete; la ragion della baſe, e della cima; e la forza che lo ſpinge, deeſi...

I. Moltiplicar la diagonale KH, per la ſomma del duplo termine maggiore della data ragione più il termine minore, ed il prodotto ſi noti.

II. Troviſi un quarto proporzionale dopo il notato prodotto; quello che naſce dalla moltiplica del numero coſtante 6, per lo termine maggiore della data ragione; Q e quel-

(a) *Corol. 1. probl. 1. cap. 2.*

e quello della potenza, o sia forza, per l'altezza del rettangolo, o sia BK; e questo quarto proporzionale si noti.

III. Si moltiplichi l'altezza BD, del parete per la data diagonale KH, del rettangolo; e questo prodotto ancor si moltiplichi per la somma del duplo termine maggiore, più il termine minore della data ragione, e l'intero prodotto si noti.

IV. Trovisi un quarto proporzionale dopo il notato prodotto nel n. III; il triplo termine maggiore della ragione; ed il prodotto della potenza per la base del rettangolo, o sia BH, e si noti.

V. Si unisca il quarto proporzionale notato nel n. II, e quello notato nel n. IV, ma moltiplicato per se stesso; e dalla somma se n'estragga la radice quadra, dalla quale se ne deduca il medesimo quarto proporzionale notato nel n. IV; Il residuo sarà la grossezza della base del parete a scarpa.

VI. Finalmente, per aver la grossezza nella cima, si trovi un'altro quarto proporzionale dopo i due termini della ragion data, e la base di già trovata nel n. V; questo quarto proporzionale sarà la grossezza nella cima di esso parete.

PROBLEMA X.

Dato il profilo ABDE, di un parete, che sia spinto da una forza con direzione obbliqua IB, la quale forza superi la resistenza del parete, trovar la grossezza CE, della scarpa d'aggiungerci, affinchè faccia equilibrio colla data forza.

Si termini la figura, come nel problema precedente, e sia $AB = d$; e $CE = x$; Sarà $CD = d + x$; onde per lo probl. III, sarà $CM = bc - ad - ax$. Il prodotto della

resi-

resistenza nel suo braccio sarà $\frac{3d^2c + 5dxc + 2x^2c}{6}$ (a)

ed il prodotto della potenza P, nel suo braccio CM, sarà $\frac{Pbc - Pad - Pax}{q}$. Onde si avrà

$$\frac{3d^2c + 5dxc + 2x^2c}{6} = \frac{Pbc - Pad - Pax}{q} \quad (b)$$

e riducendosi queste frazioni,

sarà $3d^2cq + 5dxcq + 2x^2cq = 6Pbc - 6Pad - 6Pax$

molt. per 2

$10dxcq + 4x^2cq + 12Pax = 12Pbc - 12Pad - 6d^2cq$

divis. per $4cq$

sarà $x^2 + \frac{10dxcq + 12Pax}{4cq} = \frac{12Pbc - 12Pad - 6d^2cq}{4cq}$

aggiun. $\frac{(5dcq + 6Pa)^2}{(4cq)^2}$, ed estrattane la radice, si avrà

$$x + \frac{5dcq + 6Pa}{4cq} = \sqrt{\frac{12Pbc - 12Pad}{4cq} - \frac{3d^2}{2} + \frac{(5dcq + 6Pa)^2}{(4cq)^2}}$$

onde $x = \sqrt{\frac{3P(bc - ad)}{qc} + \frac{(5dcq + 6Pa)^2}{(4cq)^2} - \frac{3d^2}{2}}$

$- \frac{5dcq + 6Pa}{4cq}$. Ciocchè si andava cercando.

AVVERTIMENTO.

Per trovar la grossezza di una scarpa d'aggiungere ad un dato parete, che faccia equilibrio ad una data po-

(a) *Probl.* 7.
(b) *Corol.* 1. *probl.* 1. *cap.* 2.

potenza, la quale lo spinga con direzione obbliqua, deesi...

I. Trovare un quarto proporzionale dopo il prodotto dell' altezza BD del dato parete per la diagonale KH del rettangolo delle forze; la tripla forza data; e l'eccesso del prodotto della medesima altezza, per l'altezza BK, dello stesso rettangolo, su del prodotto della grossezza data AB del parete, per la base BH del medesimo rettangolo, e si noti.

II. Il prodotto della quintupla grossezza AB del parete, moltiplicata per lo primo termine del riferito quarto proporzionale, unito al prodotto di sei volte la forza P, moltiplicata per la base BH, del rettangolo delle forze, dividasi per lo quadruplo primo termine della riferita proporzione espressa nel n. I, ed il quoziente si noti.

III. Si moltiplichi il notato quoziente per se stesso, e si unisca col quarto proporzionale notato nel n. I; e dalla somma se ne deduca un quarto proporzionale in ordine a' due termini costanti 2, 3, e la grossezza AB del parete moltiplicata per se stesso, e dall'eccesso se n'estragga la radice, e si noti.

IV. Finalmente dalla notata radice se ne tolga il quoziente notato nel n. II, il residuo sarà la grossezza del piede della scarpa d'aggiungere al dato parete.

PROBLEMA XI.

Data la base CE, del profilo ACE, di una scarpa da porsi in un parete della medesima data altezza, trovar la grossezza del parete, che unito alla scarpa sia in equilibrio con una data forza P, la quale lo spinga con direzione obbliqua IB.

Sia la medesima preparazion precedente; e sia $CE = d$; ed $AB = ED = x$; sarà per lo problema preceden-

dente CM $= \frac{bc - ad - ax}{q}$ Il prodotto della resistenza nel suo braccio sarà $\frac{2d^2c + 5dxc + 3x^2c}{6}$ (*a*) ed il prodotto della forza P, nel suo braccio sarà $\frac{Pbc - Pad - Pax}{q}$

Onde $\frac{2d^2c + 5dxc + 3x^2c}{6} = \frac{Pbc - Pad - Pax}{q}$ (*b*)

e ridotte si avrà

$2d^2cq + 5dxcq + 3x^2cq = 6Pbc - 6Pad - 6Pax$

molt. per 2, e passando l'incognita, sarà

$6x^2cq + 10dxcq + 12Pax = 12Pbc - 12Pad - 4d^2cq$

divis. per $6cq$

Si avrà $x^2 + \frac{10dxcq + 12Pax}{6cq} = \frac{12Pbc - 12Pad - 4d^2cq}{6cq}$

agg. $\frac{(5dcq + 6Pa)^2}{(6cq)^2}$, ed estrattane la radice quadra, sarà

$$x + \frac{5dcq + 6Pa}{6cq} = \sqrt{\frac{12Pbc - 12Pad - 4d^2cq}{6cq} + \frac{(5dcq + 6Pa)^2}{(6cq)^2}}$$; onde

$$x = \sqrt{\frac{2P(bc - ad)}{cq} + \frac{(5dcq + 6Pa)^2}{(6cq)^2} - \frac{2d^2}{3}} - \frac{5dcq + 6Pa}{6cq}.$$ Ciocchè si andava cercando.

AV-

(a) *Probl.* 8.

(b) *Corol.* 1. *probl.* 1. *Cap.* 2.

AVVERTIMEMTO I.

Per aver dunque la grossezza di un parete, il quale dovess'esser munito di una data scarpa, acciò sia in equilibrio con una data forza, che lo spinga con direzione obbliqua, deesi...

I. Dopo il prodotto della data altezza BD, per la diagonale HK del rettangolo delle forze componenti; la dupla forza; e l'eccesso del prodotto, dell'altezza AE, della scarpa per l'altezza BK, del medesimo rettangolo, sopra il prodotto della data grossezza CE, della scarpa per la base BH, del rettangolo, trovare un quarto proporzionale, e si noti...

II. Il prodotto di cinque volte la grossezza CE, della scarpa, per lo primo termine della riferita proporzione, più sei volte la forza data, moltiplicata per la base BH, del riferito rettangolo, dividasi per sei volte il riferito primo termine dell'analogia espressa nel n. I, ed il quoziente si noti.

III. Il quoziente notato si moltiplichi per se stesso, e si unisca col quarto proporzionale notato nel n. I; dalla somma se ne deduca, un quarto proporzionale dopo i due termini costanti 3, 2, e la base CE, della scarpa moltiplicata per se stessa; e dal residuo se n'estragga la radice quadra, e si noti.

IV. Finalmente dalla notata radice quadra se ne tolga il quoziente notato nel n. II, ed il residuo sarà la grossezza del parete, che deesi unire alla data scarpa.

AVVERTIMENTO II.

Alcuni autori han voluto stabilir la proporzion ne' pareti in rapporto alla grossezza, relativamente alla di loro altezza; e l'han ricavata dalle antiche fabbriche de' Greci, dandoli per grossezza la sesta fino all'

all'ottava parte dell'altezza. Questi autori non hanno esaminato, a quale uso l'aveano stabiliti i Greci que' pareti, donde essi ne han presi tali rapporti. Poichè la grossezza di ogni parete debb'esser proporzionata a quegli sforzi che riceve; ed essendo isolato, prescindendo dall' estrinseche azioni, si regge a qualunque grossezza che avrà in rapporto alla sua altezza; dovrà esser bensì elevato a perpendicolo sul piano orizzontale, acciò la linea di direzion del suo centro di gravità entri nella sua grossezza. L'azion de' venti contribuisce ad uno sforzo orizzontale ne' pareti. Di quanta attività sia l'agitazion dell' aere lo ha dimostrato il celebre Mariotte, nel trattato del moto dell' acque, nel discorso terzo dell' origine, e causa de' venti. Seguendo noi le teorie, ed esperienze esposte dall' autore, proporzionaremo la grossezza di un parete isolato a resistere all' urto de' venti. Il citato Autore deduce dalle sue Teorie, che una superficie di piedi 12, in quadro, la quale riceve impression da un vento, che descrive piedi 24, in un minuto secondo, come ordinariamente accade, sia resistente a libbre 210. Riducendo noi tali dimensioni, e pesi, a que' nostrali, sarà una superficie di pal. 14. 4, in quadro proporzionata a resistere a rotoli 86. 5. Rappresenti ora il solido ABDC, un parete di tufo, l'altezza BE, sia di palmi 28. 8, e la larghezza BD, sia di pal. 7. 2, la quale corrisponderà al citato quadrato del Sig. Mariotte; di questo bisogna trovarne la grossezza AB, affinchè resista in equilibrio all' impression della enunciata velocità del vento; sia perciò $AB = x$. Ricevendo la superficie BDCE, la impression del vento, equivalente a rotoli 86. 5, ed essendo detto peso distribuito in tutte le parti di detta superficie, perciò riducendosi all' estremo EC, sarà equivalente a rotoli 43. 25 (a). Facciasi come BE, alla metà di

Tav. III. Fig. 44.

(a) *Corol. Avvert. 1. probl. 5. cap. 3.*

di AB, così il parete ABDC, moltiplicato per lo peso di un palmo cubo di fabbrica di tufo di campano, com'è notato nella Tav. cap. V. lib. I., allo sforzo in EC, di rotoli 43. 25 (a), la quale proporzione è la seguente co' caratteri corrispondenti

$$28.\ 8 : \frac{x}{2} = (25050.\ 56)\,x : 1442.\ 7.$$

Onde $12545.\ 28\,x^2 = 41549.\ 76$

e sarà $x^2 = \underline{41549.\ 76} : 12545.\ 28 = 3.\ 31.$

Onde sarà $x = \sqrt{3.\ 31} = 1.\ 8$] Sicchè dunque la grossezza AB, sarà pal. 1: $\frac{8}{15}$, o sia un palmo, once nove, e minuti 3; diminuendosi la notata grossezza AB, de' tre minuti, sarà il parete ABC, rovesciato dall'impression dello stabilito vento.

La picciola grossezza ne' pareti non contribuisce allo schiacciamento de' primi componenti, situati nel piano orizzontale, ma la di loro mala preparazione fa un simile effetto. Poichè le pietre, i mattoni, i piperni, o qualunque altro materiale, considerandolo ammassato di una sufficiente altezza, le parti inferiori sosterran le superiori. Se un tale ammasso si consideri diviso da' piani verticali in parti, le di cui grossezze sieno picciolissime, le parti inferiori di ogni solido di questi, sosterran tutte le parti superiori. Riducendo un di questi solidi in un numero determinato di parti divise orizzontalmente, e lavorandosi queste alla perfezion del di loro combaciamento, le parti inferiori sosterran per la medesima causa tutte le parti, che gli sovrastano. Il contrario avviene, se le superficie delle parti inferiori non si combaciano colle superiori, poichè alcune parti di questi componenti resisteranno alle pressioni delle superiori, e le altre avendo luogo di secondar la forza che gli

(a) *Probl.* 1.

gli viene impressa da solidi superiori, allorchè saran gravati da tanta forza a non poter resistere, e per le dottrine esposte nel Cap. III. si schiacciaranno. Sicchè dunque un parete isolato, toltane qualunque causa d' impressione orizzontale, o obbliqua, si mantiene in equilibrio, senzachè le parti inferiori sieno soggette a frazioni, o schiacciamento.

Da ciò si deduce, che i componenti de' pareti debbonsi bene spianare, affinchè le superficie, dalle quali son terminate, si combacino. La calcina, che li unisce, debb' esser della perfezion descritta nel primo libro Cap. IV, e V: e comecchè questa è capace ad esser compressa, finchè non giunga alla durezza; perciò la costruzion de' pareti deesi fare a strati dell' altezza competente, ponendo l' uno sopra l' altro, quando l' inferiore è giunto alla sua solidità, come lo avvertisce Alberto (a): *Altius attolli opus vetant periti, nisi pars hactenus exacta duruerit.*

AVVERTIMENTO III.

Tav. III. Fig. 45.

Sia il parete ACB, composto di varie pietre senza calce, e sieno i componenti situati, che uno di que' di sopra venga col suo mezzo nelle commessure delle due inferiori, acciò sia il parete concatenato, come l' *inserto* degli antichi Greci. La pietra 20, è gravata non solo da 15, m' ancora da una parte di 14; le due 14, e 15, son gravate da 9, e 10, e queste son gravate non solo da 4, e 5, ma dalla metà di 3. Sicchè la pietra 20, è gravata dalle pietre superiori ad essa, da 4, e dalle metà di 3, 9, 14. Ciò accade in tutti gli angoli de' pareti, a' quali non solo corrisponderanno i pesi de' componenti superiori, m' ancora se gli communicaranno

R le

(a) *Lib. 3. cap. 10.*

le pressioni de' componenti laterali: onde gli angoli debbonsi fare di maggior fermezza dell'altre parti del parete, acciò possan resistere a tali impressioni, il che fu conosciuto anche dagli antichi Greci, come lo attesta Filandro: *nos, cùm veterum ædificia repetimus, prudenti eos consilio fuisse videmus, ut anguli crassiores essent multo, quam reliquus paries.*

AVVERTIMENTO IV.

Il primo, che distinse ne' corpi la forza morta, e la forza viva, fu Leibnizio nella sua celebre dissertazione negli atti di Lipsia nel 1686. Chiamò forza morta quella che accompagna il corpo, com' è la pressione, o lo sforzo; ed al contrario la forza viva quella che nel moto è unita al corpo. Chiamaremo noi dunque forza morta quell'azion di ogni pietra in una fabbrica, che esercita contro della sottoposta, stando in perfetta coesion colle laterali per mezzo della calce: ed al contrario denominaremo forza viva in una fabbrica la pression di una porzion di essa, distaccata dall' intero corpo. Da ciò si deduce, che in un parete, avendo le pietre in perfetta coesion tra loro, ciascun componente agisce con forza morta; se una porzion di un tal parete per qualche causa si fende, questa parte distaccata agirà con forza viva.

E' dimostrato per principio fondamentale della Meccanica, che ogni effetto è proporzionale alla forza moltiplicata per lo tempo; e perciò la forza è in ragion composta della diretta dell' effetto, ed inversa del tempo. Essendo l' unità l'effetto in superar la coesion delle parti, sarà dunque la forza nella reciproca ragion del tempo: ed ecco come una pietra, che si trovi unita ad un' altra per mezzo della calcina, e non vi sia ostacolo sotto di essa, colla sua assoluta gravità può dopo qualche tempo distaccarsi.

Le

Le parti, che compongono una struttura architettonica, agiscon con forza morta, onde la coesion di tufo a tufo, o di mattone a mattone per mezzo della calcina obbliquamente situati, non è del valor di quella della semplice calce (*a*). Essendo la coesion de' sali, che formano la effervescenza nella composizion della calcina, ed arena, maggiore della unione, che fa alle pietre, ed essendo il contatto di quelli intralciato per le figure degli acidi, ed alcali, il contatto dell' union colle pietre sarà regolare per la insinuazion degli acidi ne' pori superficiali delle pietre: onde dalla figura degli acidi, ed alcali si deduce, come dalle reiterate esperienze si è conosciuto, che la coesion della calcina alla pietra sia il terzo di quella della semplice calcina, ed arena; come, per esempio, bisognandovi rotoli 939, a poter fare equilibrio in un prisma di calce, di base un palmo quadro, e di sporto un palmo (*b*), così essendo una pietra di tufo della medesima estensione unita per mezzo della calce ad un' altra, vi bisognerà un peso di rotoli 313; onde la massima lunghezza del riferito prisma di tufo con calce sarà palmi 4. 4; e stando poggiato ne' due estremi sarà la lunghezza palmi 8. 8 (*c*). Sicchè dunque la coesion delle pietre, unite con calce sarà il terzo della coesion della semplice calce; e maggiore si farà nella fabbrica di mattoni, per la causa ch' essendo i componenti minori, più combinata vien la calcina a fare un sol corpo, e perciò sarà più resistente nel sostenere. Onde essendo la forza assoluta della calce con arena rotoli 34, once 8, e trappesi 4, e la gravità assoluta della fabbrica di tufo rotoli 29, ed once 16 (*d*), sarà la forza viva di detta fab-

R 2

(a) *Avvert. 4. Teor. 5. cap. 3.*
(b) *Avvert. 1. Teor. 5. cap. 3.*
(c) *Avvert. 1. probl. 3. cap. 3.*
(d) *Tav. cap. 5. lib. 1.*

le pressioni de' componenti laterali: onde gli angoli debbonsi fare di maggior fermezza dell'altre parti del parete, acciò possan resistere a tali impressioni, il che fu conosciuto anche dagli antichi Greci, come lo attesta Filandro: *nos, cùm veterum ædificia repetimus, prudenti eos consilio fuisse videmus, ut anguli crassiores essent multo, quam reliquus paries.*

AVVERTIMENTO IV.

Il primo, che distinse ne' corpi la forza morta, e la forza viva, fu Leibnizio nella sua celebre dissertazione negli atti di Lipsia nel 1686. Chiamò forza morta quella che accompagna il corpo, com'è la pressione, o lo sforzo; ed al contrario la forza viva quella che nel moto è unita al corpo. Chiamaremo noi dunque forza morta quell'azion di ogni pietra in una fabbrica, che esercita contro della sottoposta, stando in perfetta coesion colle laterali per mezzo della calce: ed al contrario denominaremo forza viva in una fabbrica la pression di una porzion di essa, distaccata dall'intero corpo. Da ciò si deduce, che in un parete, avendo le pietre in perfetta coesion tra loro, ciascun componente agisce con forza morta; se una porzion di un tal parete per qualche causa si fende, questa parte distaccata agirà con forza viva.

E' dimostrato per principio fondamentale della Meccanica, che ogni effetto è proporzionale alla forza moltiplicata per lo tempo; e perciò la forza è in ragion composta della diretta dell'effetto, ed inversa del tempo. Essendo l'unità l'effetto in superar la coesion delle parti, sarà dunque la forza nella reciproca ragion del tempo: ed ecco come una pietra, che si trovi unita ad un' altra per mezzo della calcina, e non vi sia ostacolo sotto di essa, colla sua assoluta gravità può dopo qualche tempo distaccarsi.

Le

Le parti, che compongono una ſtruttura architettonica, agiſcon con forza morta, onde la coeſion di tufo a tufo, o di mattone a mattone per mezzo della calcina obbliquamente ſituati, non è del valor di quella della ſemplice calce (*a*). Eſſendo la coeſion de' ſali, che formano la effervesſcenza nella compoſizion della calcina, ed arena, maggiore della unione, che fa alle pietre, ed eſſendo il contatto di quelli intralciato per le figure degli acidi, ed alcali, il contatto dell' union colle pietre ſarà regolare per la inſinuazion degli acidi ne' pori ſuperficiali delle pietre: onde dalla figura degli acidi, ed alcali ſi deduce, come dalle reiterate eſperienze ſi è conoſciuto, che la coeſion della calcina alla pietra ſia il terzo di quella della ſemplice calcina, ed arena; come, per eſempio, biſognandovi rotoli 939, a poter fare equilibrio in un priſma di calce, di baſe un palmo quadro, e di ſporto un palmo (*b*), così eſſendo una pietra di tufo della medeſima eſtenſione unita per mezzo della calce ad un' altra, vi biſognerà un peſo di rotoli 513; onde la maſſima lunghezza del riferito priſma di tufo con calce ſarà palmi 4. 4; e ſtando poggiato ne' due eſtremi ſarà la lunghezza palmi 8. 8 (*c*). Sicchè dunque la coeſion delle pietre, unite con calce ſarà il terzo della coeſion della ſemplice calce; e maggiore ſi farà nella fabbrica di mattoni, per la cauſa ch' eſſendo i componenti minori, più combinata vien la calcina a fare un ſol corpo, e perciò ſarà più reſiſtente nel ſoſtenere. Onde eſſendo la forza aſſoluta della calce con arena rotoli 34, once 8, e trappeſi 4, e la gravità aſſoluta della fabbrica di tufo rotoli 29, ed once 16 (*d*), ſarà la forza viva di detta fab-

R 2

(a) *Avvert.* 4. *Teor.* 5. *cap.* 3.
(b) *Avvert.* 1. *Teor.* 5. *cap.* 3.
(c) *Avvert.* 1. *probl.* 3. *cap.* 3.
(d) *Tav. cap.* 5. *lib.* 1.

fabbrica alla forza morta di essa, ponendo per la prima il numero costante 16, nella ragion di 16 : 5. 9. Ed essendo la fabbrica di mattoni di rotoli 33, once 16, e trappesi 8, sarà la forza viva di essa alla forza morta nella ragion di 16 : 5. 4; ed essendo la forza assoluta del piperno rotoli 38, once 13, e trappesi 6, sarà la forza viva di esso alla forza morta nella ragion di 16; 4. 7.; Onde la forza morta della fabbrica di tufo sta alla forza morta della fabbrica di mattoni, ed a quella di piperno nella ragion di 59 : 54 : 47; è minore perciò l'azion della fabbrica di mattoni colla sua forza morta, di quella di tufo, ed è molto minore quella di piperno, da ciò si deduce quanto è di miglior condizione il fabbricar di mattoni, e di piperno per la perpetuazion degli Edificj.

Finora si è trattato della resistenza di un parete, sforzato da una potenza. E' necessario ora stabilire gli effetti di un parete allorchè da un'azione è stato costretto ad inclinarsi; quello seguirà la ragione, che si dimostrarà nel seguente.

TEOREMA II.

Un parete inclinato perde tanto di resistenza, quanto è il duplo triangolo, che taglia dal suo profilo la perpendicolare alzata dal punto di appoggio.

Tav. III. Fig. 46.

Il profilo ABCD, di un parete, per qualche causa abbia presa la situazione AEFG. Dico, che in questa situazione perde tanta resistenza, quanto è il duplo triangolo AEK, che taglia la perpendicolare AK sull'orizzonte AD.

Per lo punto K, si tiri la parallela KL ad AE, e sarà AEKL, un rettangolo duplo del triangolo AEK; ma la diagonale AK, è la direzion del centro di gravità

vità del medesimo rettangolo. Dunque il triangolo AEK, sarà in equilibrio col triangolo AKL; e perciò il rettangolo AEKL, sarà indifferente nella resistenza del propoiio parete AEFG, ed agirà la sola porzione LKEG. Sicchè dunque un parete inclinato perde della sua robustezza per lo duplo triangolo, che taglia la perpendicolare dal punto di appoggio innalzata. Ciocchè doveasi dimostrare.

COROLLARIO I.

Se la inclinazion del parete giunga, che la diagonale AM, del profilo AHMI, sia perpendicolare sull' orizzonte, in questo caso il semplice parete sarà in equilibrio in un punto; onde perderà tutta la sua robustezza, e ruinerà.

COROLLARIO II.

Dal di sopra dimostrato si deduce il calcolar la forza de' puntelli, che si pongono ne' pareti inclinati per assicurarli dalla di loro caduta; e da ciò dipende la maniera di disponerli nella loro inclinazione a fare ostacolo. Considerando adunque, che il profilo AEFG, del parete inclinato non agisce colla sua forza assoluta nel piano sottoposto, ma per la sua obbliquità sarà divisa la detta forza parte in assoluta, e parte in relativa; onde si dovrà considerare, come fosse situato su del piano inclinato GAD, ma questo è simile alla inclinazione, che determina la perpendicolare, che si abbassa dall'angolo E; sicchè essendo la gravità assoluta alla relativa, come la lunghezza all' altezza del piano inclinato, come si dimostrerà; e perciò la lunghezza EA, determinerà la gravità assoluta, e la porzione intercetta tra la detta perpendicolare, ed il punto A, esprimerà la gravità relativa del medesimo pare-

parete. Onde essendo cognito il peso del parete, che si ha dalla sua solidità, e dal peso del suo genere (a), si avrà ancor la forza relativa, alla quale se gli dee dar l'ostacolo con puntelli, o con altro, Dipendendo la forza che se gli dee contrapporre con legni, dall'analizar le parti che li compongono, perciò ad altre teorie riserbaremo il determinar la situazion de' puntelli, la grossezza di essi, la inclinazion che se li dee dare, ed il luogo ov' essi debbonsi situare: giacchè di queste semplici nozioni esposte ogn' intelligente professore ne può far uso con approssimazione.

AVVERTIMENTO I.

Tav. III. Fig. 47.

Se il parete è fornito di scarpa, come il profilo ABCD, non perderà della sua robustezza, se la linea della scarpa non passa la direzion della perpendicolare. Poichè sia il profilo ABCD, nella situazione di AEFG, in guisa che la linea della scarpa AE, sia perpendicolare sull'orizzonte, questa perpendicolare non taglierà alcuna porzion del profilo, e perciò tutto il parete graviterà colla sua forza. Per conoscer di quanto può inclinarsi un parete munito di scarpa, oltre della quale perderebbe di resistenza, è necessario saper la inclinazion della scarpa nel punto B, e di tanto può la base AD, elevarsi dal piano orizzontale. Sia il profilo nella situazione AEFG, e sia EH, parallela ad FG, dal punto H, si abbassi HI, perpendicolare su di AD. Essendo l'angolo EAI, retto, sarà eguale alla somma de' due angoli IAH, ed AHI, toltone l'angolo IAH, di commune, resterà l'angolo EAH, eguale all'angolo AHI. Onde ne' due triangoli AEH, IAH, sarà l'angolo AEH, eguale all'angolo IAH; e perciò la inclinazion del parete a

(a) *Tav. cap. 5. lib. 1.*

te a scarpa, senza deteriorazion della sua resistenza, può elevarsi dal piano orizzontale per un angolo eguale a quello della scarpa nel suo vertice.

COROLLARIO.

Da ciò si conosce la diligenza, che deesi adoprar nella esecuzion de' pareti facendo le superficie esterni a piombo nel piano orizzontale, ovvero a scarpa, affinchè non si diminuisca di resistenza il detto parete.

AVVERTIMENTO II.

Allorchè un parete costrutto colle regole dell' arte per qualche causa s' inclini, passa dall' azione di forza morta ad agire con forza viva *(a)*; in esso da momento a momento si avanzerà la sua velocità, come accade nel moto uniformamente accelerato. Ma la forza è come la velocità moltiplicata per lo tempo, come dopo tante vertenze tra' Filosofi è stato assodato; dunque il tempo sarà come la forza divisa per la velocità. Onde se un parete per qualche causa fosse inclinato, ed avesse principiato a perdere la sua resistenza, ed in quello se ne potesse escogitar la forza impressa, e la velocità iniziale, se ne potrebbe dedurre ancora il tempo della sua caduta.

Col principio esposto nell' Avvertim. II. Corol. Teor. II. Cap. I si può anche indagar la ruina di un parete, che agisca colla forza viva, il quale per qualche causa si sia distaccato dall' intero edificio, e siasi inclinato, e non vi sieno altre cause, colle quali venga aumentata la velocità impressa, ma che agisca colla forza viva, acquistata colla iniziale velocità, come fosse quella di una spinta di un terrapieno, di uno sforzo di una volta, o di altro,

(a) *Avvert. 4. probl. 11.*

altro, a cui sta destinato il parete; per la risoluzion di ciò è necessario premettere il seguente.

PROBLEMA XII.

Tav. III. Fig. 48. Nella parabola FCG, sieno date le due ascisse CB, CE, e sia data la differenza della ordinata DE, su di AB, trovare una formola generale per aver la ordinata AB.

Pongasi BC $= d$; BE $= a$; AB $= x$; e DH $= c$; per la proprietà della parabola, sarà

$$d : x^2 = a + d : c^2 + 2xc + x^2$$

e sarà $ax^2 + dx^2 = dc^2 + xcd + dx^2$

ovvero $ax^2 - 2xcd = dc^2$

divis. per a

si avrà $x^2 - \frac{2xcd}{a} = \frac{dc^2}{a}$

aggiunt. $\frac{c^2d^2}{a^2}$, ed estrattane la radice quadra, sarà

$$x - \frac{cd}{a} = \sqrt{\frac{dc^2}{a} + \frac{c^2d^2}{a^2}}.$$

Onde sarà $x = c\sqrt{\frac{d}{a} + \frac{d^2}{a^2}} + \frac{cd}{a}$.

Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO I.

Per avere adunque una ordinata di una parabola, della quale sieno date due ascisse, e la differenza delle due corrispondenti ordinate alle mentovate ascisse, deesi.

I. Divider l'ascissa minore per la differenza delle due date ascisse; e così ancora deesi dividere il quadrato dell'ascissa minore per lo quadrato della enunciata diffe-

differenza, i quozienti si uniscano, e dalla somma se n'estragga la radice quadra, e si noti.

II. La notata radice quadra si moltiplichi per la data differenza delle due ordinate, ed il prodotto si noti.

III. Si moltiplichi in oltre la differenza delle due ordinate per l'ascissa minore, ed il prodotto dividasi per la differenza delle due ascisse, ed il quoziente si noti.

IV. Uniscasi finalmente il notato prodotto nel n. II., ed il quoziente del n. III; la somma sarà l'ordinata minore, che si va cercando.

AVVERTIMENTO II.

Le ordinate AB, DE, FG, della parabola FCG, rappresentano i tempi, co' quali un grave con moto uniformemente accelerato percorre gli spazj CB, CE, CG, e perciò la differenza delle due ordinate DE, ed AB, indicherà il tempo, che il grave percorre lo spazio BE. Onde se di un parete se ne sappiano due inclinazioni in due diversi tempi: la prima accaduta per causa ignota, per la quale si è distaccato dall'intero edificio: e la seconda per causa perenne, e forza permanente: ed il tempo frapposto alle due osservazioni delle cognite inclinazioni; se ne saprà il tempo della sua caduta. Poichè le due inclinazioni diverse rappresentano gli spazj percorsi in due tempi, o sieno due ascisse di una parabola; ed il tempo dalla prima osservazione alla seconda, nella quale si è scoverta la seconda inclinazione, sarà la differenza delle due ordinate, corrispondenti alle dette ascisse. Per l'avvert. precedente si avrà la prima ordinata, o sia il tempo della prima inclinazione, se la forza iniziale avesse operata nella maniera, come nel secondo tempo intermedio alle citate osservazioni; e trovando un quarto proporzionale dopo il primo spazio percorso, o sia la prima inclinazione; il quadrato del tempo di esso, o

Tav. III. Fig. 45.

sia

fia il quadrato dell' ordinata corrispondente ; e l'intero spazio del centro di gravità, che sarà lo spazio dall'estremo del piede del parete al punto, che unisce la direzion del centro di gravità, allorchè il parete era nello stato di equilibrio; dalla radice quadra dell' enunciato quarto proporzionale, dedottone il primo tempo, il residuo sarà il tempo, nel quale dovrà cadere il parete.

Tav. I. Fig. 8. Sia data nel profilo ABCD, di un parete inclinato la base AD = 6. pal., o sia eguale a 360. minuti; sarà AF = 180; e sia BC = 240, sarà BG = 120; e sia BE = GH = 1200; e la sua inclinazione EA = 30; sarà EF = 210; onde sarà HF = 90. Lo spazio FI, percorso dal parete per una causa in qualche tempo, sarà eguale a minuti 41. 9. (a). Suppongasi ora, che, scoverto il parete inclinato mezzo palmo, si osservasse dopo qualche tempo, cioè dop' ore 210; e si trovasse la perpendicolare BE = 1199; EA = 32; e sarà HF = 92. Tav.III. Fig. 48. Onde per lo citato avvertimento sarà FI, minuti 42. 7. Ciò posto, sarà 41. 9. la prima ascissa BC, o sia il primo spazio; min. o. 8. sarà la differenza dell' ascissa maggiore sulla prima, o sia lo spazio percorso dalla prima osservazione alla seconda, ch' è BE; e le ore 210. sarà il tempo di questo percorso spazio, o sia la differenza DH delle due ordinate; onde per l'avvert. precedente si avrà AB, e per conseguenza DE. Essendo FI, *Fig.* 8, nella seconda osservazion di minuti 42. 7. sarà lo spazio rimanente AI = 137. 3, percorso il quale cadrà il parete; questo spazio, rapportato nella citata parabola, sarà EG, e l'intero spazio CG, sarà 180, che come si è detto di sopra è eguale ad AF. Onde facendo come CB, o sia 41. 9; a CG, o sia 180; così il quadrato di AB, al quarto proporzionale, la radice quadra del quale sarà la ordinata FG; se da questa se ne tolga DE, si avrà il tem-

(a) *Avvert.* 2. *probl.* 2. *cap. I.*

tempo, corrispondente allo spazio EG, che il parete dee percorrer per la sua ruina, ovvero il tempo della caduta di esso.

AVVERTIMENTO III.

Per costruirsi adunque un perfetto parete deesi in primo luogo proporzionar la sua grossezza a quegli sforzi, a' quali quello sarà stabilito, come si dirà ne' seguenti capi. Indi deesi poggiar su di un piano quiescente, ed atto a resistere alla sua pressione (a). Il medesimo piano dee farsi orizzontale (b), acciò la gravità sia assoluta, ed abbia reazione eguale; e non già sia relativa per avere ineguale reazione. Se la natura del luogo non permettesse il cavar le fondamenta in un medesimo livello, per esser l'edificio da costruirsi in una costa di Monte, in questo caso si profonderan gradatamente, e ciascuna delle porzioni dovrà essere orizzontale ne' luoghi della medesima densità di terra a poter resistere alla pression del parete. Deesi in oltre costruire il parete, che le superficie esterni sieno parallele, e perpendicolari sull' orizzonte, acciò il centro di gravità colla sua direzione entri nel punto medio della grossezza di esso, *longitudines ad regulam, & lineam, altitudines ad perpendiculum, anguli ad normam respondentes, exigantur* (c), e Filandro, *solidum non erit, si perpendiculum a pede superimpositi lapidis cadens, sub se aerem; atque vacuum invenerit*. Le pietre debbono essere spianate nelle superficie, nelle quali vengon sopraimposte, e gli strati debbono essere situati orizzontali, affinchè colla irregolarità di dette superficie non formino vette a' pesi

(a) *Cap. 6. lib. 1.*
(b) *Loc. cit.*
(c) *Vitruv. lib. 7. cap. 3.*

pesi sopraimposti, per cui si rompino, e successivamente si fenda in alcune parti l'edificio a seconda del centro di moto: da ciò si ripete come i piperni lavorati, e posti in opera si fendino. Le unioni delle pietre in ogni strato debbono essere alternativamente situate, cioè quelle dello strato superiore non debbono corrispondere a quelle dello strato inferiore, acciò sia il parete di maggior fermezza, poichè oltre la gravità, che si dirama, e prende diverse direzioni, m'ancora essendo la coesion della calcina, che l'unisce, minore di quella della pietra (*a*), del mattone, del piperno, o altro, in occasion di mancanza si possono incontrare in ogni strato, luoghi di maggiore, e minore resistenza, interrottamente disposti. La calce mischiata coll'arena debba esser ben lavorata, e mischiata, e la sua quantità, nella ragione di 1 : 3 (*b*); nel ponerla in opera debba essere accompagnata con quantità di acqua per le ragioni espresse nel Cap. V. Lib. I. Le costruzioni de' pareti debbonsi fare a parte a parte orizzontali, acciò si dissecchi la parte inferiore per sopraimponerci la superiore, affinchè non si gravi di peso quella parte che dee fermentare per attenderne la coesione; col sopraimporre materiale a materiale, la calcina sottoposta, la quale si trova di fresco impastata, e molle, sarebbe capace ad esser compressa, e con ciò s'impedirebbe la effervescenza, e per conseguenza la naturale coesion de' sali. Deesi fuggir la maniera di costruire i pareti a porzioni verticali, poichè, perfezionata che sarà la effervescenza, rendesi il corpo inatto a poterla ricevere di nuovo, onde quella parte elevata non potrà unirsi coll'altra a se laterale. I pareti, su de' quali debbonsi sopraimporre Volte, debbono stare lungo tempo a disseccarsi, ed indi costruirci le volte; poichè colla effer-

(a) *Avvert.* 1. *Teor.* 5. *Cap.* 3.
(b) *Cap.* 5. *lib.* 1.

effervescenza si discaccia l'umido, e l'aere, e per conseguenza si restringon di volume; onde avviene, allorchè nel medesimo tempo si edifichino le volte su di essi, che quelle si fendono nel di loro vertice. Le parti superiori de' pareti giova a diminuirsi, affinchè il centro di gravità di essi sia più prossimo alla base (*a*), ed in caso d'inclinazione la direzion di esso con maggior tempo uscirà dalla base. Gli angoli, che formano l'inclinazion di due pareti, debbon costruirsi di maggior fermezza (*b*); onde o debbonsi far di maggiori grossezze, ovvero di materiali di densità maggiore degli altri, e perciò debbonsi evitar di fare forme vacue negli angoli degli edificj, ed allontanarle per quanto si può da essi. Bisogna servirsi sempre di pietre più porose per la costruzion de' pareti, affinchè la forza della effervescenza della calce dia luogo ad introdursi ne' pori di esse, sedata la quale venga a formare un sol solido.

C A P. V.

Della spinta dell' arco, e della Volta a botte.

I Pareti posson ricevere varie spinte con diverse direzioni, sì dalle contignazioni, come dalle diverse specie di volte, che vi si poggiano, le quali formano le coverture degli Edificj, e da' tetti che custodiscano l'intero Edificio. Delle prime spinte se ne parlerà nell'analizare i legni, ove si dimostrerà la quantità del moto, e la sua direzione, che si communica a' pareti per la elasticità delle contignazioni, ed allora si esporran le teorie delle spinte delle terre, e della incidenza delle acque su de' pareti per incontrare una reazion eguale. Riserbandoci

(a) *Avvert.* 1. *Corol. Lem. cap.* 1.
(b) *Avvert.* 3. *Probl.* 11.

doci adunque tali fatiche, le quali si trovan presso ad esser terminate, pubblicarle in altro volume, tratteremo ora delle spinte di tutti i generi delle volte contro i pareti ove poggiano. Essendo l'arco il più semplice, da questo principiaremo, ed indi passaremo alle altre volte più intricate, secondo si sono esposte nella Voltimetria.

La Volta a botte è un arco continuato, chiamata dagli antichi *fornix*; questa distinguesi, in perfetta quando il suo profilo è semicircolare; imperfetta poi è quando il profilo è semiellittico; s'è per lungo diecesi depressa, per largo chiamasi elevata, onde ciocchè si dice dell' arco s'intende parlar della volta a botte. Venendo quelle formate da pietre lavorate, queste acciò abbiano azioni, e reazioni eguali, debbano essere convergenti ne' punti della di loro generazione. Essendo la volta perfetta un semicerchio, le pietre, che la compongono, debbono essere coordinate di convergenza nel suo centro; quelle imperfette debbon tendere a tre punti; ed abbenchè nelle volte piane, le pietre, che la formino, dovrebbero tendere a due soli punti, pur tuttavia si faran tendere ad un solo, per aver una volta piana della medesima natura di quelle curve, come del tutto si dimostrerà, e se li proporzioneranno i piedi dritti per resistere allo sforzo di esse.

PROBLEMA I.

Tav III. Fig. 49.

Data la porzione ABDC, di un anello circolare, trovarne il centro di gravità.

Si dividano i due archi AB, CD, in due parti eguali ne' punti H, ed I, e tirisi la retta HI; indi si descriva l'arco FG, col medesimo centro degli archi AB, e CD, e sieno i punti F, G, metà di AC, e BD; l'arco FG, taglierà la HI, nel punto O. Dico, che il punto O, è il centro di gravità della porzione anulare ABDC.

La retta HI, divide la porzione anulare ABDC, in

in due parti eguali; l'arco FG, similmente divide la medesima porzione in due parti eguali. Ma il centro di gravità è un punto solo, e questo debb'esser non solo nella retta HI, che nell'arco FG. Dunque il punto O, ch'è comune, sarà il centro di gravità della porzione anulare ABDC. Ciocchè doveasi trovare.

TEOREMA I.

In qualunque piano inclinato la gravità assoluta è alla relativa, come la lunghezza del piano alla sua altezza.

Sia il piano inclinato ABC, sopra del quale vi sia il solido M. Dico, che la gravità assoluta del corpo M, sta alla relativa, come AB, ad AC. Tav. III. Fig. 5.

Trovisi il centro di gravità D, del solido M, e da esso si abbassi la perpendicolare DG, sulla orizzontale CB; e dal medesimo punto D, si abbassi la perpendicolare DE, sul piano AB. La gravità assoluta del corpo M, è espressa per la retta DF; per la nota soluzion delle forze quella vien composta dalle due forze DE, EF. Quella, che agisce per DE, vien distrutta per cagion del piano AB, onde la gravità relativa, o sia quella propensione, che ha il corpo M, in scender per lo piano AB, sarà espressa per EF. Sicchè la gravità assoluta del corpo M, starà alla relativa, come DF : FE. Ma DF : FE = FB : FG, ovvero come AB : AC (a). Dunque la gravità assoluta del corpo M, sta alla relativa, come la lunghezza AB, del piano inclinato, alla sua altezza AC. Ciocchè doveasi dimostrare.

TEO-

(a) *Prop. 4. lib. 6.*

TEOREMA II.

Le gravità relative di due corpi eguali, in due piani inclinati di eguali lunghezze, sono fra di loro nella ragion delle altezze.

Tav. III. Fig. 51.

STieno i due corpi eguali b, b, su' piani inclinati di eguali lunghezze AO, CO. Dico, che la gravità relativa del corpo b, sul piano AO, stia a quello di b, sul piano CO, come AD:CE.

Dicasi A la gravità assoluta del corpo b, sul piano AO, e quella relativa R; così ancora si denomini a, la gravità assoluta del medesimo corpo b, nel piano CO, e la relativa chiamisi r. Si avrà per lo Teorema precedente.

$$A : R = AO : AD$$
$$a : r = CO : CE.$$

Ma essendo $A = a$, per essere $AO = CO$, sarà $R : r = AD : CE$; onde la gravità relativa del corpo b, posto nel piano AO, starà alla relativa del medesimo corpo posto sul piano CO; come l'altezza AD, all'altezza CE. Ciocchè doveasi dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

Nel quadrante HF, il piano inclinato AO, può avere infinite posizioni, dalla orizzontale HO, fino alla verticale FO; le gravità relative di un medesimo corpo posto su di questi piani, saran minori in que' piani prossimi alla orizzontale HO, e diventeran maggiori, quanto più si approssimeran nella verticale FO. Onde le pressioni, che riceveran questi piani, saranno, cioè, nella orizzontale HO, quanto è il peso assoluto del corpo, che vi poggerà con direzione perpendicolare sull' orizzon-

zonte; negli altri poi essendo i medesimi corpi allegati agli stessi piani, quelli agiranno con direzioni perpendicolari a' detti piani, e col medesimo peso assoluto; e finalmente nella verticale FO, si convertirà nel peso assoluto, e se non potrà agire colla direzion perpendicolare, si sforzerà con direzioni orizzontali. Suppongansi ora le pietre FI, IK, KL, LM, MN, NP, PQ, QX, lavorate, che tutte sieno dirette verso il centro O: la pietra FI, sarà situata sopra il piano inclinato OI, questa essendo in ostacolo coll' altra verso il quadrante FH, agirà a separarsi da essa con direzion della perpendicolare, calata dal centro di gravità su del medesimo piano. La pietra IK, è situata sul piano inclinato OK, e trovandosi in convergenza con FI, quella agirà col suo peso assoluto, unito a quello che gli communica la pietra FI, colla direzione della perpendicolare, calata dal suo centro di gravità sopra il medesimo piano inclinato. Così ancora accaderà in tutte le altre pietre, che compongono il quadrante FI, ciascuna delle quali sarà gravata da tutte le altre fino al punto F, ed agirà colla direzion della perpendicolare abbassata dal centro di gravità sopra il piano inclinato a se sottoposto; e finalmente giungerà all' ultima QX, la quale agirà colla direzion perpendicolare sull' orizontale, e sarà gravata da tutte fino al punto F, ma colle rispettive direzioni di forze dette di sopra. Componendosi dunque tutte queste forze, le direzioni delle quali, la prima sarà FG, orizzontale, e l' ultima sarà GI, ovvero FO, perpendicolare sull' orizzonte, e tutte le altre saranno intermedie a queste; la direzion della forza composta sarà FX. Ma la direzion della prima forza orizzontale è dal punto F, e l' ultima, ch' è perpendicolare all' orizzonte, è dal punto X, ed il centro di gravità intermedio tra F, ed X, essendo in a (*a*), la direzion media sarà ac, parallela ad FX.

T CO-

(a) *Probl.* 1.

COROLLARIO I.

Essendo FG, parallela ad OX, e GX. parallela ad OF, e l'angolo FOX, essendo retto, sarà OFGX, quadrato; e perciò la OG, dividerà il quadrante FI, in due parti eguali nel punto M. Sicchè dunque la direzion della forza, colla quale agisce un arco semicircolare, si è la perpendicolare, che s'innalza sopra la retta, la quale unisce il centro del semicerchio, ed il punto, che divide in due parti eguali i quadranti.

COROLLARIO II.

Essendosi dimostrato che tutte le pietre, le quali formano l'arco, agiscono obbliquamente sull'orizzonte, e tutte contribuiscono al conato de' piedi di esso, formando un complesso di forze. Adunque l'intero arco deesi porre à calcolo, per la spinta di esso, e sarà la potenza, o sia lo sforzo contro il piede dritto.

AVVERTIMENTO II.

Tav. IV. Fig. 32.

Sia l'arco ABCD, poggiato su' piedi dritti AE, DF, e sia composto dalle pietre Ag, Lf, Ke, Ic, Hb, ba, ai &c. le quali sieno convergenti nel punto O; si trovino i centri di gravità di ogn' una di esse *(a)*, e sieno 1, 2, 3, 4, 5, 6. Per l'avvertimento precedente l'azion della pietra ai, sulla pietra ab, sarà nella direzione 1 M; l'azion di tutte due le pietre ai, ab, sulla terza Gc, sarà per la direzione 2 N; così ancora le tre pietre consecutive sulla quarta He, sarà per la direzione 3 O; e così andando avanti fino all'ultima pietra Ag, la quale agi-

(a) *Probl.* 1.

agisce colla direzione 6 S. Onde considerandosi tutte le pietre sciolte dal glutine della calcina, le direzioni delle di loro forze saranno eguali al numero delle pietre, e riducendosi questo numero di pietre ad un infinito, infinite perciò saran le direzioni; Adunque, secondo lo stesso avvertimento, per avere una direzion media, che venga generata dalla composizion di tutte le forze, dividasi il quadrante AC, in due parti eguali nel punto d, e si unisca d, ed O, per mezzo della retta d O, e dal punto di mezzo 4, come centro di gravità *(a)*, s'innalzi la perpendicolare 4 O, la quale sarà la direzion della forza di tutte le descritte pietre, che compongono il quadrante ABC. Sicchè lo sforzo dell'arco, poggiato su di un piede dritto, si riduce ad una leva ricurva APE di primo genere: l'ippomoclio, o sia il punto di appoggio, sarà il punto P, il braccio della forza dell'arco sarà l'altezza AP; ed il braccio della resistenza sarà PX, o sia la distanza dall'ippomoclio al punto, che segna la direzion del centro di gravità del piede dritto ABEP: la forza sarà la corona circolare ABC *(b)*, la resistenza sarà il rettangolo ABEP *(c)*. Ma comecchè la direzion della forza non è perpendicolare sul braccio AP, onde per lo braccio di detta forza si dee prendere PO, ch'è la perpendicolare sulla di lei direzione 4 O. Sicchè dunque per lo principio meccanico, sarà lo sforzo del quadrante in equilibrio colla resistenza del piede dritto, se la corona circolare ABC, stia al rettangolo ABEP, come PX, a PO.

(a) *Probl.* 1.
(b) *Corol.* 2. *Avvert.* 1. *Teor.* 2.
(c) *Cap.* 4.

COROLLARIO I.

Da ciò ſi deduce, che quanto più la volta, o l'arco ABCD, ſarà groſſo, farà ſpinta maggiore; poichè le pietre, divenendo più lunghe, e per conſeguenza di maggior peſo, quelle agiranno più efficacemente.

COROLLARIO II.

Se le altezze de' piedi dritti ſi faran maggiori, ſi dovrà aumentar la di loro groſſezza per ſoſtener la ſpinta; poichè non ſi può aumentar l'altezza de' piedi dritti, ſenzachè la perpendicolare PO, divenga maggiore.

COROLLARIO III.

Se i piedi dritti ſon di diverſa materia della volta, il rettangolo ABEP deeſi aumentare, o diminuir nella ragion delle gravità delle materie diverſe dell'una, e dell'altro.

AVVERTIMEMTO III.

Abbenchè le azioni delle pietre, che compongono un arco, ſienſi conſiderate diſtaccate una dall'altra, per eſſerſi eſaminate le pietre ſciolte dalla calce, pur tuttavia eſſendo l'impreſſion di ciaſcuna di eſſe nell'altra progreſſivamente ordinata, e non potendoſi ſoſtener colla mancanza di una ſola, dalla progreſſiva ordinazione ne riſulta la media direzion del compleſſo delle forze; a prima viſta par che dovrebbeſi l'arco conſiderare, come foſſe di una continuata denſità per mezzo del glutine della calce che l'uniſce. Ma il riferito glutine nel ſoſte-

ſostenere perde due terzi della ſua forza (a), e nell'agire contro i piedi dritti eſercita la forza morta, nella ragione, eſpreſſa nel citato Avvert. Onde nell'eſame degli archi o volte, deeſi diſtinguere, ſe que' ſono addetti a ſoſtenere, ſi debbon conſiderare di un terzo della di loro forza; e ſe poi agiſcon contro i piedi dritti, deeſi porre a calcolo la di loro forza morta. Poichè l'azion della coerenza de' componenti è ſempre da eſaminarſi, ſe operi nelle parti che ſi trovano unite per mezzo del glutine, per potere eſercitar la di loro naturale inclinazione, ovvero le naturali leggi, ſe diſciolte dal medeſimo glutine, in queſto caſo ſi sforzano i componenti a ſepararſi (b); ſe poi l'azione operi a sforzare ciaſcun componente, e queſta progreſſivamente ſi communichi fino all'oſtacolo, che ſe l'oppone, e potrebbeſi ſuperare, in queſt'altro caſo l'effetto ſarà ne' piedi dritti.

AVVERTIMENTO IV.

L'accuratezza de' Fabri dee conſiſtere in ſaper coordinar le pietre, che compongono l'arco, o la volta acciò ſieno di quella reſiſtenza, che la natura di tali volte eſige. Nella coſtruzion di eſſe ſi fan le forme conveſſe, inteſſute di legname, e coverte di loto, affinchè adattandoci i materiali venghino di quel concavo deſiderato; la ſuddetta forma occupando il punto della generazion della curva, la coordinazion delle pietre per lo piu vien difettoſa, donde naſce la debolezza della volta, e la privazion delle coſtanti leggi de' sforzi contro i piedi dritti. Per coordinare adunque le pietre da ſopra le forme, acciò ſieno tutte convergenti nel punto della

(a) *Avvert. 4. probl. 11. cap. 4.*
(b) *Teor. 6. cap. 3.*

della generazion della volta, è necessario usar la squadra. Sia, per esempio, il perimetro della forma BbiZ; per situar la pietra np, sopra la pq, deesi quella lavorar di maniera che adattata ch'è sopra la pq, e posta la squadra mno, un lato di essa venga sulla lunghezza della pietra, ed il vertice dell'angolo retto n, si combaci col curvo della forma in una picciola porzion di contatto. La ragion di ciò è chiara, poichè facendosi on, tangente della periferia BbiZ, la retta mn, prolungata passerà per lo centro O (a). Avendo luogo una tal verità in tutti li punti della curva, perciò adattando la squadra nella maniera riferita in tutte le pietre, si avrà la coordinazion di esse ad esser convergenti nel centro della figura.

Tav. IV. Fig. 52.

AVVERTIMENTO V.

In un arco, ed in una volta a botte, priva di fianchi, che dee sostenere un peso, debbonsi considerar due cose, la resistenza di se stessa, e quella de' piedi dritti su de' quali quella poggia. La maniera di trovar la grossezza di un tale arco dipende dall' avvert. II. Teor. VI. Cap. III., distinguendo le materie, dalle quali quello vien formato, e le parti che lo compongono, venendo da noi considerate di un numero maggiore di quattro, che formano minor resistenza di quella, se fosse di un sol volume, e si determina col seguente.

PROBLEMA II.

Dato il diametro AB, dell'arco semicircolare AEB, privo di fianchi, o sieno incosciature, data la larghezza AC, del medesimo, ed il peso FIG, trovar la grossezza

Tav. IV. Fig. 53.

(a) *Prop*. 18. *lib*. 3. *Eucl.*

ſezza del medeſimo arco, acciò ſia reſiſtente a ſoffrire il dato peſo FIG, ſituato nel vertice E.

Pongaſi AB $= c$; AC $= b$; ed il peſo FIG, che naſce dal prodotto di FI, per IM, e per MG, dicaſi O; ed il peſo, che può ſoſtenere il priſma di un palmo in quadro, e di palmi due di lunghezza, appoggiato ne' due eſtremi, dicaſi p. Sarà la groſſezza del priſma, che ha la lunghezza AB, e la larghezza AC, capace a ſoſtenere il peſo O, eguale $\sqrt{\frac{Oc}{2pb}}$ (*a*)

Facciaſi in oltre, come $10000 : 5121 = \frac{Oc}{2pb}$, al quarto proporzionale $\frac{5121\,Oc}{20000\,pb}$, che ſarà EH^2 (*b*);

Onde ſarà $EH = \sqrt{\frac{5121\,Oc}{20000pb}}$. Ciocchè doveaſi trovare.

AVVERTIMENTO I.

Per trovare adunque la groſſezza di un arco perfetto a poter ſoſtenere un dato peſo, del quale arco ſia dato il ſuo diametro, e la ſua larghezza, deeſi...

I. Moltiplicare il peſo, che ſoſtiene il priſma di due palmi di calce minorato nella terza parte, per la data larghezza dell'arco, e per lo numero coſtante 20000, ed il prodotto ſi noti.

II. Si moltiplichi il dato peſo per lo diametro dell' arco, e per lo numero coſtante 5121, ed il prodotto ſi noti.

III. Finalmente dividaſi il ſecondo prodotto per lo pri-

(a) *Avvert. probl.* 4 *Cap.* 3.
(b) *Avvert.* 2. *Teor.* 6. *Cap.* 3.

primo, e dal quoziente se n' estragga la radice quadra, che sarà la grossezza, che debbe aver l' arco, per sostener nella sua cima il dato peso.

Esemp. Sia il diametro AB, di palmi 20; la larghezza AC, sia 4; il solido FIG, abbia la grossezza FI, di palmi 2, la larghezza IM palmi 4, e l' altezza MG, sia di palmi 30; la sua solidità sarà palmi cubi 240, ed essendo di fabbrica di tufo, sarà di peso rotoli 7360 (*a*). Il peso che sostiene un prisma di calce con arena di un palmo quadro di base, e di lunghezza palmi 2, sarà rotoli 1878 (*b*), questo minorato nella terza parte sarà rotoli 626. Onde sarà il prodotto notato nel n. I. 50080000, e quello notato nel n. II. sarà 753811200, ed il quoziente detto nel n. III. sarà 15. 5, onde la sua radice ch' è 3. 9, o sia palmo tre, once 10 $\frac{4}{5}$, sarà la grossezza del riferito arco, resistente al dato peso.

COROLLARIO.

Se la larghezza AC, rappresenta una lunghezza di una volta a botte, priva de' fianchi, ed il solido FG, sia un parete della medesima lunghezza di essa, ed abbia la grossezza FI, di palmi 2, e l' altezza MG, di palmi 30; si avrà colla medesima operazione, la grossezza della volta per sostenere il divisato parete.

AVVERTIMENTO II.

Se un arco è gravato ne' suoi fianchi, e nel suo vertice non abbia alcun peso, non si fa resistente tanto, quanto se fosse egualmente gravato in tutto il suo perimetro. Poichè se l' intero arco ABCDE, fosse gravato

Tav. IV. Fig. 14.

(a) *Tav. Cap. 5. lib. 1.*
(b) *Corol. 3. probl. 4. Cap. 3.*

vato dal solido BR, come la parte soprapposta al vertice C, gravita perpendicolarmente, e perciò con tutto il suo peso assoluto, così le altre parti, che poggiano su' fianchi CD, CB, gravitaranno col peso relativo. Ma la CS, è la minima di tutte quelle parti, che premano a' fianchi, e le ultime son le massime; perciò il peso CS, equilibrerà a tutti i pesi, relativi a' fianchi; Onde l'arco si rende in questo caso di una quasi infinita resistenza. Sicchè dunque ne' casi, ove l'arco in tutto il suo perimetro è gravato da una serie di pesi continuati, come fosse un parete cieco, o privo di aperture, la grossezza di esso, qualunque sia, è capace a poter sostenere gli enunciati pesi di qualunque grandezza sieno.

Essendo il suddetto arco ABCDE, gravato ne' soli fianchi FD, GB, ed in GF, vi fosse situata la forma vacua GFPN, come accade generalmente nelle strutture Architettoniche, ed essendo le pietre coordinate ad esser convergenti nel punto X; la porzione GIHF, altre veci non fa, che di mantenere il semplice arco nel suo essere. Ma come la forza del peso in F, obbliga il punto F, a secondar la direzion di esso, ch' è FK, nella quale non vi ritrova ostacolo alcuno, e così accade ancora col peso nel punto G; e non potendo la parte GIHF, esser di ostacolo a questi pesi; se non del suo semplice peso assoluto, perciò quelli sforzano i fianchi a separarsi da essa. Dunque l'arco debb' esser di una proporzionata grossezza a poter soffrire i dati pesi ne' suoi fianchi. E' da considerarsi nella risoluzion presente il fianco FE, su del quale poggia il peso, ed il parete SQF, che lo preme. Il fianco FE, deesi considerar di calce con arena *(a)*, ch' è il glutine, che l' unisce. Poichè trovandosi disposte le parti, che lo compon-

(a) *Avvert.* 3. *Teor.* 2.

gono convergenti nel centro X, quelle ſtando inclinate l'una ſopra dell' altra, il peſo sforza a romper le parti, ovvero a ſepararle, che per la citata inclinazione equivale allo ſteſſo (*a*). In ſecondo luogo è da eſaminarſi il parete SQF; giacchè l'altra parte aD, gravita ſu del fianco ZD, ove non-coopera allo sforzo di eſſo; in queſto parete SQF, s' intenda abbaſsata la perpendicolare LM, dal ſuo centro di gravità, nella quale direzion s' intenda raccolto tutto il peſo del medeſimo parete: poggiando l' intero parete SQF, ſu dell' intera lunghezza del fianco FZ, formerà una ſerie di peſi poggiati ſu del medeſimo fianco, e perciò di tutto il peſo del parete SQF, ſe ne debba prender la metà (*b*), per ponerlo a calcolo: ſtando il parete SQF, in perfetta coeſion colla parte laterale aD, per mezzo del glutine della calce, graviterà con forza morta, e perciò della ſua metà ſe ne dovrà prendere una parte, nella ragion di 16: 5.9 (*c*), s' è di tufo di campano, e queſta deeſi porre a calcolo, minorata dalla porzione CFHb, che l' è di oſtacolo. Per trovare ora una formola generale per aver la groſſezza dell' arco perfetto a poter ſoſtenere un dato peſo ne' ſuoi fianchi, del quale arco ſia data la groſſezza DT, la larghezza KE, della fabbrica, che poggia ſul fianco FZ; e dato il peſo del parete SQF, diminuito come ſopra. Facciaſi $DT = b$; $KE = c$; $AE = a$; e ſia la groſſezza del priſma, che ha di ſporto ME, e di larghezza DT, eguale ad x, all' eſtremo del quale s' intenda ſoſpeſo il grave O, che ſia eguale al ſolido SQF, diminuito come ſopra, e dicaſi p, il peſo, che potrà ſoſtenere un priſma di un palmo quadro di baſe, e di ſporto

to

(a) *Avvert.* 4. *Teor.* 5. *cap.* 3.
(b) *Corol. avvert.* 1. *probl.* 5. *cap.* 3.
(c) *Avvert.* 4. *probl.* 11. *cap.* 4.

to un palmo, sarà $x = \sqrt{\frac{Oc}{2pb}}$ (a)

Si trovi indi un quarto proporzionale in ordine a' due numeri costanti 10000, 5121, ed $\frac{Oc}{2pb}$, il quale sarà $\frac{5121\,Oc}{20000\,pb}$; la radice quadra di esso sarà la grossezza, che debbe avere l'arco ACE (*b*) a poter sostenere il dato peso ne' fianchi.

AVVERTIMENTO III.

Per trovare adunque la grossezza di un arco perfetto a poter sostenere i pareti, che gravitino ne' soli fianchi di esso; del quale arco sia data la sua grossezza, e data la larghezza del parete dal piede di detto arco, deesi...

I. Trovare il peso, che graviti su di un fianco, il quale si ha, moltiplicando i palmi cubi, che contiene per lo peso di ciascun palmo cubo di quella materia, ch'è costrutto; del prodotto se ne prenda la metà. Indi dopo i due numeri costanti 16, 5. 9, e la detta metà, trovisi un quarto proporzionale, dal quale se ne deduca il peso della porzione CbHF, che lo resista, ed il residuo si noti.

II. Si moltiplichi il peso, che sostiene un prisma di un palmo minorato, come si è detto nel n. I. Avvert. I. probl. II. per la data grossezza dell'arco, e per lo numero costante 20000, ed il prodotto si noti.

III. Si moltiplichi ancora il dato peso della maniera espressa nel n. I. per KE, o sia la lunghezza orizzontale del fian-

(a) *Avvert. probl. 4. cap. 3.*
(b) *Avvert. 2. Teor. 6. cap. 3.*

fianco dell' arco, e per lo numero costante 5121, ed il prodotto si noti.

IV. Finalmente dividasi il prodotto, notato nel n. III, per quello notato nel n. II, e dal quoziente se n'estragga la radice quadra, che sarà la grossezza, che debbe aver l'arco, per sostener ne' suoi fianchi il dato peso.

Esemp. Sia la grossezza DT dell' arco pal. 4; la larghezza KE, del parete, che poggia su del fianco FZ, sia 7. 5; sia GF = 10, e Cb = 5. Suppongansi varie contignazioni sopra al piano GF, e perciò la forma vacua NF, sarà aumentata nel medesimo numero delle contignazioni. Si ponga il solido SQF, della grossezza DT, aumentato nel medesimo numero delle contignazioni di palmi cubi 1580; ed essendo un tal parete di fabbrica di tufo, sarà del peso di rotoli 48453. 3 (a). Indi dopo i due numeri costanti 16, 5. 9, e la metà del detto peso, si trovi il quarto proporzionale 8933. 55; dal quale si tolga il peso della porzione bF, che sarà 3066. 66: il residuo 5866. 89, sarà il peso, che deesi porre a calcolo. Il suddetto peso, moltiplicato per 7. 5, darà 44001. 675, il quale si moltiplichi per lo numero costante 5121, il prodotto 225332577. 675, sarà quello notato nel n. III. Suppongasi, che l'arco dovesse costruirsi di tufo, sarà il peso di rotoli 939, che sostiene un prisma di calce con arena di base un palmo quadro, e di sporto un palmo (b), e la sua terza parte è 313. Il prodotto, notato nel n. II. sarà 25040000; il quoziente poi notato nel n. IV. sarà 9. la sua radice quadra, sarà 3, ch'è la grossezza dell' arco a sostenere il dato peso.

AV-

(a) *Tav. cap. 5. lib. 1.*
(b) *Avvert. 1. Teor. 5. cap. 3.*

AVVERTIMENTO IV.

Essendosi esposto ne' due precedenti avvertimenti la pratica di trovar la grossezza, che debbe avere un arco semicircolare, gravato di pesi, o nel suo vertice, o ne' suoi fianchi, per esser resistente a' dati pesi; così ancora si farà una medesima operazione, se gli archi fossero imperfetti, la quale operazione è stata espressa nell' Avvert. III. Teor. VI. Cap. III.

AVVERTIMENTO V.

Si è considerato l' arco in riguardo alla sua resistenza, ora deesi esaminare in rapporto a' piedi, ove quello poggia, e formerà la sua resistenza ad esser sostenuto: per la esposizion di ciò è necessario anteporre i seguenti.

LEMMA I.

Se una stessa potenza, ed una medesima resistenza si mutino in un vette nelle distanze dall' ippomoclio, e che facciano in tutti i casi l' equilibrio, saran le riferite distanze proporzionali tra loro.

Facciano equilibrio la potenza, e la resistenza P, R, sospese ne' punti A, E; e le medesime sieno in equilibrio ne' punti B, D; essendo l' ippomoclio nel punto C; Dico, che CD : CE = BC : CA. (Tav. IV. Fig. 55.)

Stando P, ed R, ne' punti B, D, si avrà

$$P : R = CD : BC.$$

Variando i medesimi pesi ne' punti A, E, e facendo rimaner l' equilibrio, si avrà

$$P : R = CE : CA$$

Sicchè sarà $CD : BC = CE : CA$,

e permutando $CD : CE = BC : CA$, Ciocchè doveasi dimostrare.

LEM-

LEMMA II.

Tav. III. Fig. 19.

Sieno GH, NL, due direzioni parallele, ciascuna delle quali da una medesima potenza si spingesse un profilo di un parete; e la potenza per la direzione GH, facesse equilibrio col profilo ABCD. Dal punto B, al punto H, si tiri la retta BH, e si prolunghi ad incontrar l'altra direzion nel punto L, per lo quale si tiri ancora la retta IK, parallela ad HC, che si unisca colla BC, prolungata in K. Dico, che il profilo ABKM, farà equilibrio colla medesima potenza per la direzione NL.

Essendo il rettangolo ABCD, al rett. ABKM, come BC : BK; e BC : BK = CH : KL (*a*); farà ancora $\frac{BC}{2} : \frac{BK}{2} = CH : KL$. Ma $\frac{BC}{2}$, e $\frac{BK}{2}$ sono le distanze delle resistenze dall' ippomoclio; e CH, KL, sono le distanze delle potenze eguali. Dunque, per lo Lemma precedente, se la potenza nella direzione GH, è in equilibrio colla resistenza ABCD, farà ancora la medesima potenza, che spinge per la direzione NL, in equilibrio colla resistenza ABKM. Ciocchè doveasi dimostrare.

AVVERTIMENTO.

Se faccia equilibrio la potenza nella direzione GH, colla resistenza ABCD, per trovar la KC, affinchè la medesima potenza nella direzione NL, sia in equilibrio colla resistenza ABKM, è necessario, che sieno cognite BC, CH, AF, FE, e GN. Sia CB $= a$; CH $= b$; AF $= c$; FE $= m$; KC $= x$; e GN $=$ HP $= n$; essendo nel triangolo KBL, la CH, parallela a KL, farà

$a : b$

(a) *Prop. 4. lib. 6. Eucl.*

$$a : b = a + x : \frac{ab + bx}{a} = \text{KL}$$

ed essendo CP $= b + n$; sarà PC $-$ KL $=$ bC $= \frac{an - bx}{a}$.

In oltre il triangolo K.bC, essendo simile al triangolo QHC, ponendo Q, l'incontro delle due linee BC, GH, prolungate, e per esso simile al triangolo HCO, ovvero ODA, o AGF, o ad AFE, sarà AF : FE $=$ bC : CK, che in simboli algebraici sarà

$$c : m = \frac{an - bx}{a} : x$$

Onde sarà $cx = \frac{amn - bmx}{a}$

moltiplicando per a, e passando l'incognita, sarà

$$acx + bmx = amn$$

onde $x = \frac{amn}{ac + bm}$

Sicchè dunque per avere KC, deesi...:

I. moltiplicar la base CB, del primo profilo, per la diagonale EF, e per la distanza NG, delle due direzioni, ed il prodotto si noti.

II. Si moltiplichi la medesima base CB, per AF; come ancora si moltiplichi la CH, per la diagonale EF; e la somma de' prodotti si noti.

III. Finalmente si divida il primo prodotto per la somma, notata nel n. II, il quoziente sarà la KC, aggiunta al primo profilo per fare equilibrio colla medesima potenza, che spinge per la direzione NL.

PRO-

PROBLEMA III.

Dato un arco perfetto, o sia una volta a botte, privo di fianchi, e data l'altezza del piede dritto, trovar la grossezza di esso, acciò resista allo sforzo dell'arco.

Tav. IV. Fig. 56. Sia dato l'arco LAHB, e data l'altezza AE, del piede dritto, trovar la grossezza di esso per esser resistente allo sforzo del dato arco.

Si costruiscano i due quadrati AMGO, LKHO, indi si tiri la diagonale OM, e dal punto A, si abbassi la perpendicolare AC, su di OM, e si prolunghi verso P, che sarà la direzion dello sforzo, descritto nel Probl. III. Cap. IV; dividasi a S, in due parti eguali nel punto N, per lo quale si tiri la NQ, parallela a CP, che sarà la direzion dello sforzo dell'arco AGHL (a). S'intenda ora essere FE, la grossezza del piede dritto AF, che sia sforzato per la direzione CP; dal punto F, si abbassi la perpendicolare FP, su di CP, la quale prolungata, sarà perpendicolare su di NQ, ch'è la direzion dello sforzo dell'arco; e come la FP, è la distanza del primo sforzo dall'ippomoclio, così se s'intenda TE, che sia la grossezza del piede dritto sforzato nella direzione NQ; la TQ, sarà la distanza dello sforzo dell'arco dall'ippomoclio T. Pongasi $AO = a$; $AE = c$; $FE = x$, sarà $OM = \sqrt{2a^2} = 1.41\,a = m$; $HG = d$;

sarà ancora $FE = \sqrt{\frac{2P}{1.41} + \frac{P^2}{2c^2}} - \frac{P}{1.41\,c}$ (b);

e finalmente sarà $PF = \frac{c - x}{1.41}$ (c). Onde essendo cognita la FE,

(a) *Corol.* 1. *Avvert.* 1. *Teor.* 2.
(b) *Avvert.* 2. *probl.* 3. *cap.* 4.
(c) *Corol. avvert.* 2. *probl.* 3. *cap.* 4.

FE, che si è posta x, sarà cognita PF. La potenza, che agisce a rovesciare il piede dritto AF, espressa nella equazion coll' asterisco P, sarà nell' anello quadrantale ALHG.

Essendo $\overline{LO}^2$: quadr. L a HO $=$ 14 : 11

ed $\overline{AO}^2$: quad. ASGO $=$ 14 : 11

Sarà lo gnomone ALKG, all' anello quadrantale AL a HG, come 14 : 11. Essendo lo gnomone ALKG $= d^2 + 2ad$, sarà l' anello AL a HG $= \frac{11\, d\, (d + 2\, a)}{14}$, che sarà il valore della potenza P, della quale potenza se ne prenda la forza morta (a). Onde, dopo essersi trovato il valor della riferita potenza, si trovi la FE (b); indi la FP, e finalmente, facendosi la medesima operazione, descritta nell' Avvertim. precedente, si avrà TF, di aggiunta alla grossezza del piede dritto a far resistenza alla data potenza. Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO I.

Per avere adunque la grossezza del piede dritto di un' arco perfetto, del quale sia dato il raggio, data la grossezza di esso, e l' altezza del piede dritto, deesi...

I. Trovare un quarto proporzionale dopo 14; undeci volte la data grossezza; e la somma della detta grossezza, ed il diametro dell' arco, del quale trovisi la forza morta, come nell' Avvert. IV. Probl. XI. Cap. IV., e si noti.

II. Facciasi la medesima operazione, espressa nell' Avvert. II. Probl. III. Cap. IV., ponendo per la potenza il notato quarto proporzionale, diminuito nella forza morta, ed il risultato si noti, che sarà FE.

X III.

(a) *Avvert. 4. probl. 11. cap. 4.*
(b) *Avvert. 2. probl. 3. cap. 4.*

III. Dividasi l'eccesso dell' altezza del piede dritto sul risultato, notato nel n. II., per lo numero costante 1. 41, ed il quoziente si noti, che sarà PF.

IV. Si moltiplichi la metà del raggio per lo numero costante 1. 41. per avere OC (*a*), ed un tal prodotto si tolga dalla somma del raggio, e metà di grossezza, il residuo, che sarà NC, si noti.

V. Finalmente, essendo noto FE, FP, NC, OM, AO, si farà la medesima operazione, descritta nell' Avvert. Lem. II., Probl. precedente, e si avrà TF, la quale unita ad FE, notata nel n. II. la somma TE, sarà la grossezza del piede dritto.

Esemp. Sia il raggio AO = 8; l'altezza AE = 24; la grossezza HG = 4. Sarà l'anello circolare ALaHGS = 62. 85. Suppongasi, che l'arco, e' piedi dritti sieno di fabbrica di tufo, sarà allora la forza morta di detto arco 23. 17 (*b*), e questa sarà la potenza, che agisce contro il piede dritto. Il risultato dalla operazione, descritta nel n. II. sarà 5. 1; ed il quoziente, notato nel n. III., sarà 13. 4, ch' è PF. Il residuo, notato nel n. IV., sarà NC = 4. 36. Finalmente la TF, sarà 1. 3, e tutta la TE, sarà 6. 4. Onde la grossezza del piede dritto, per resistere allo sforzo dell' arco, o volta a botte priva de' fianchi della data misura, e costrutta di pietre di tufo, sarà di palmi 6, once 4, e minuti 4.

AVVERTIMEMTO II.

Se l'arco, o la volta a botte si costruisse di diversa materia di quella de' piedi dritti, si avanzerà, o diminuirà la potenza nella ragion della diversità delle materie. Pongasi, che l'arco fosse costrutto di tufo, e' pie-

(a) *Corol. Lem. probl. 3. cap. 4.*
(b) *Avvert. 4. probl. 11. cap. 4.*

piedi dritti foſſero di fabbrica di mattoni ; eſſendo la fabbrica di tufo a quella di mattoni nella ragion di 3. 07 : 3. 35 , (a) ſi dovrà diminuir la potenza nella ragion di 3. 35 : 3. 07 . Se al contrario l'arco foſſe coſtrutto di mattoni , e' piedi dritti di tufo , la potenza deeſi avanzar nella ragion di 3. 07 : 3. 35 . Quando l'arco foſſe coſtrutto di pietre di tufo , e' piedi dritti foſſero di piperno , comecchè queſti ſon nella ragion di 3. 07 : 3. 84 , perciò la potenza deeſi diminuir nella ragion di 3. 84 : 3. 07 , ed al contrario deeſi avanzar nell'inverſa ragione. E finalmente , ſe l'arco foſſe di mattoni , e' piedi dritti di piperno , la potenza dovrebbeſi diminuir nella ragion di 3. 84 : 3. 35 , e così al contrario .

AVVERTIMENTO III.

Sia ora un arco coſtrutto co' fianchi pieni , la metà di eſſo ſia rappreſentato in GHbmB , ed abbia tutti i componenti convergenti nel centro O ; come il centro di gravità nella direzion media Ob , è il punto c , dal quale s' intenda alzata la perpendicolare ce , così queſta rappreſenterà la direzion dello ſforzo di un tale arco . Per trovar la groſſezza del piede dritto a ſoſtener lo ſforzo del detto arco , deeſi far la medeſima operazione , eſpreſſa nell' Avvertim. I. Probl. III variata nella potenza , eſpreſſa nel n. I. , e nella operazione n. IV. In riguardo alla prima ſarà il quadrato OHbm , detrattone il quadrante OGdB , e ſerverdoci de' medeſimi caratteri algebraici , ſarà la potenza GHbmBd $= a^2 + 2ad + d^2 - \frac{11a^2}{14}$, che ſarà lo ſteſſo che $\frac{3a^2}{14} + d(2a+d)$. In rapporto poi alla operazione , eſpreſſa nel n. IV.

Tav. IV. Fig. 56.

(a) *Tav. cap. 5. lib. 1.*

n. IV. si faccia On = OC; sarà Ob = 1.41 *a* + 1.41 *d*, dedottane Od, e presane la metà sarà dc = $\frac{0.41a + 1.41d}{2}$. In oltre essendo On = $\frac{a}{1.41}$ (a); sarà dn = $\frac{0.41a}{1.41}$; e perciò sarà nc = $\frac{1.4a + 2d}{2.82}$. Sicchè dunque per aver la grossezza del piede dritto di un dato arco co' fianchi deesi...

I. Trovare un quarto proporzionale, in ordine a' due numeri costanti 14, 3, ed al quadrato del raggio; al quale si unisca il prodotto, che nasce moltiplicandosi la grossezza dell'arco, per la somma del duplo raggio più la medesima grossezza. Della somma trovisi la forza morta (*b*); se l'arco fosse costrutto della stessa materia de' piedi dritti, si porrà la detta somma per potenza; e se l'arco fosse costrutto di diversa materia si avanzerà, o diminuirà nella ragion delle di loro densità (*c*), e si noti..

II. Facciasi la medesima operazione, espressa nell' Avvert. II. Probl. III. Cap. IV. ponendo per la potenza la somma espressa, ed il risultato si noti.

III. Dividasi l'eccesso dell'altezza del piede dritto sul risultato, descritto nel n. II., per lo numero costante 1.41, ed il quoziente si noti.

IV. Si unisca il prodotto del numero costante 1.4, per lo raggio, ed il prodotto del numero costante 2, per la grossezza dell'arco, e la somma dividasi per lo numero costante 2.82, ed il quoziente si noti.

V. Finalmente, facciasi la medesima operazione, proposta nel n. V. dell' Avvert. I. probl. precedente, e si avrà la grossezza del piede dritto. CO-

---

(a) *Corol. Lem. probl. 3. cap. 4.*
(b) *Avvert. 4. probl. 11. cap. 4.*
(c) *Avvert. preced.*

COROLLARIO I.

Essendosi trovata $dc = \frac{0.41\,a + 1.41\,d}{2}$, ed aggiuntovi Od, ch'è eguale ad *a*, sarà $Oc = \frac{2.41\,a + 1.41\,d}{2}$.

Ed essendo l'angolo cOB, semiretto, sarà ancora la perpendicolare calata dal punto c, sù di Om, eguale alla medesima espressione $\frac{2.41\,a + 1.41\,d}{2}$.

COROLLARIO II.

Essendo la direzione NQ, dello sforzo dell'arco ALHG, privo di fianchi, più prossimo all'ippomoclio F, di quella ce, dello sforzo dell'arco BGHbm, co' fianchi; sarà dunque il primo arco in riguardo a se, meno resistente del secondo, ma sarà il secondo di maggiore sforzo del primo.

AVVERTIMENTO IV.

Suppongasi ora che nel piede dritto AR, vi sieno poggiati due archi perfetti, BEb, KLM, il primo sia co' fianchi, ed il secondo nè sia privo; per trovar la grossezza del piede dritto a poter resistere allo sforzo di essi, debbonsi premettere alcune riflessioni per disporne il calcolo. Quantunque la porzione DR, di tutto il parete gravitasse su del piano DE, e communicasse a' componenti sottoposti una forza, che da direzion perpendicolare, colla quale opera, si convertisse in obbliqua per la convergenza de' componenti, pur tuttavia stando la riferita porzione in perfetta coesion colla sottoposta,

Tav. V. Fig. 57.

poſta, e non potendo agire da per ſe (a), aggiungerà la ſua gravità all' altra con direzion perpendicolare. In oltre l' azion dell' arco BCDETV, quantunque operaſſe a roveſciare il parete, privo della porzion di commune BD, pur tuttavia col ſuo sforzo opera ad allontanare non meno il parete, che la porzione BD. Che perciò deeſi porre a calcolo l' intero arco CBTED, come sforzaſſe l' intero parete ADF; queſto deeſi traſportar nella direzione PQ, per porre a calcolo la ſomma di entrambi gli archi BCDET, RKL, nella direzione PQ, e trovar la groſſezza AF, reſiſtente allo sforzo di eſſi archi. Il quadrante BCDET, sforza lo intero muro AFR; e perciò pongaſi FR $= e$, BO $= a$, ſarà BG $= a$; BF $= c$; ed AF, come groſſezza del piede dritto, che ſoſtiene l' arco inferiore nella direzion dell' arco ſuperiore, dicaſi x. Sarà $x = \sqrt{\frac{2Pac}{em} + \frac{P^2a^2}{e^2m^2}} - \frac{Pa}{em}$ (b), ed eſſendo $m = 1.41$) a (c). Sarà perciò $x = \sqrt{\frac{2Pc}{1.41)e} + \frac{P^2}{2e^2}} - \frac{P}{1.41)e}$. Per aver dunque la groſſezza del piede dritto, che ſoſtenghi lo sforzo di due archi, o due volte a botte perfette, deeſi...

I. Trovare il profilo del ſemiarco inferiore; s' è fabbricato co' fianchi, ſi farà l' operazione, eſpreſſa nel n. I. Avvert. precedente; e ſe il ſuddetto arco inferiore foſſe privo di fianchi, ſi farà la operazione, eſpreſſa nel n. I. Avvertim. I. Probl. III, e così ſi avrà la potenza, colla quale il primo arco inferiore sforzi il piede dritto, e ſi noti. II.

(a) *Avvert.* 2. *Teor.* 5. *cap.* 3.
(b) *Probl.* 3. *cap.* 4.
(c) *Avvert.* 2. *probl.* 3. *cap.* 4.

II. Si moltiplichi due volte la notata potenza, per l'altezza BF, del piede dritto, ed il prodotto dividasi, per un' altro prodotto, che nasce moltiplicandosi il numero costante 1.41, per l'altezza FR, del piede dritto del secondo arco, ed il quoziente si noti.

III. Dividasi il quadrato della potenza, notata nel n. I., per lo duplo quadrato dell' altezza FR, del piede dritto dell' arco superiore. Il quoziente si unisca con quello, notato nel n. II., e dalla somma se n' estragga la radice quadra, e si noti.

IV. Dalla notata radice quadra se ne tolga il quoziente, che nasce dalla division della potenza, notata nel n. I., per lo prodotto del numero costante 1.41, per l'altezza FR; ed il residuo si noti.

V. Dividasi l'eccesso dell' altezza BF, sul notato residuo nel n. IV., per lo numero costante 1.41, ed il quoziente si noti.

VI. Se l'arco inferiore fosse privo de' fianchi, si faccia la operazione, espressa nel n. IV. Avvert. I. Probl. III., e se il medesimo arco fosse co' fianchi, si farà la operazion nel n. IV. Avvert. precedente. Il risultato si unisca col quoziente, notato nel n. V. e la somma, che sarà la distanza dall' ippomoclio alla direzione, colla quale sforza l'arco inferiore, si noti.

VII. Facciasi la medesima operazione, espressa nel n. I., per l'arco superiore RKL, per aver la potenza, colla quale sforza il medesimo piede dritto AR, e si noti.

VIII. In oltre si faccia la stessa operazione, espressa nell' Avvert. II. Probl. III. Cap. IV. ponendo per lo sforzo dell' arco RKL, la notata potenza nel n. VII. ed il risultato si noti.

IX. Dividasi l'eccesso dell' altezza RF, sul risultato notato nel n. VIII.; per lo numero costante 1.41, ed il quoziente si noti.

X. Si faccia la medesima operazione, espressa nel sopra-

pradetto n. VII. per l'arco ſuperiore: ciocchè ne riſulta ſi uniſca col quoziente, notato nel n. IX., e la ſomma, che sarà la diſtanza dall'ippomoclio alla direzione, colla quale sforza l'arco ſuperiore, ſi noti.

XI. Si trovi un quarto proporzionale dopo il numero, notato nel n. X., quello notato nel n. VI., e quello notato nel n. I.. Il quale quarto proporzionale sarà lo sforzo dell'arco inferiore, traſporzato nella direzion dell'arco ſuperiore (*a*), e queſto ſi noti.

XII. Finalmente uniſcaſi il quarto proporzionale, notato nel n. XI., e la potenza, notata nel n. VII.. La ſomma sarà la potenza unita in una direzione, con cui viene sforzato il piede dritto AR. Della quale potenza ſe ne facciano le medeſime operazioni, eſpreſſe ne' num. II, III, IV, e V. dell' Avvert. I. Probl. III., ſe l'arco è privo de' fianchi, o dell' Avvert. preced. ſe poi è dotato de' fianchi, e così ſi avrà la groſſezza AF, del piede dritto AR, reſiſtente allo sforzo de' due archi verſo di una medeſima parte.

COROLLARIO.

Eſſendoſi ſtabilita la groſſezza AF, dello intero piede dritto AR, ad eſſer reſiſtente alli sforzi de' due riferiti archi BEb, KLM, e formando le direzioni degli sforzi di eſſi due rette parallele tra loro, per eſſer perpendicolari ſulla inclinazion ſemiretta; perciò le diſtanze dall' ippomoclio A, alle dette direzioni ſaran proporzionali alle altezze de' luoghi de' medj sforzi di entrambi gli archi. Sicchè dunque l'operazione, deſcritta dal n. I., ad XI., ſi riduce ad una ſempliciſſima, cioè ſi moltiplichi la potenza dell'arco inferiore BEb, per l'altezza FG, del ſuo sforzo, ed il prodotto ſi divida per

(a) *Avvert.* 3. *probl.* 1. *cap.* 2.

per l'altezza PF; il quoziente sarà la potenza dell'arco BEb, trasportata nella direzione PQ (a), la quale unita a quella dell'arco KLM, se ne farà quell'uso, descritto nel n. XII. Avvert. precedente.

AVVERTIMENTO V.

Dovendosi costruir sopra di una volta a botte perfetta una distribuzion di varj luoghi, per mezzo de' partimenti di pareti, deesi esaminare, se la volta è priva de' fianchi; in questo caso si debba trovar la grossezza dell'arco per resistere al peso, che lo gravita, e ciò si esegue per lo Probl. II. di questo Cap.. Indi sia sopra il vertice della volta BEb, costrutto il parete er, sopra del quale vi sieno le due volte a botte perfette, che i di loro diametri una colla grossezza del partimento er, formino il diametro Bb, della volta sottoposta; dovendosi trovar la grossezza de' piedi dritti a poter resistere allo sforzo nommen della volta BEb, caricata dal partimento er, e dalle volte che gli poggiano, m' ancora allo sforzo delle volte superiori. Il calcolo si disporrà nella medesima maniera di quello descritto nell' Avvert. precedente, colla sola differenza, che alla potenza dell' arco inferiore, espressa nel n. I. del medesimo Avvert., si aggiunga la metà del profilo er, che sarà rs, e la metà sg, della volta sgm; poichè queste metà, gravitano su della metà Eb, della volta inferiore BEb. La potenza così avanzata sarà quello sforzo, col quale la volta inferiore agirà contro del piede dritto, questa per trasportarla nella direzione pq, ed unita a quella della volta gm, sarà l'azion da porsi a calcolo, onde per trovar la grossezza fa, del piede dritto a sostenerle,

Tav. V. Fig. 51.

(a) *Probl.* 1. *cap.* 2.

le, deesi far la stessa operazione, descritta dal n. II., al n. XII. Avvert. precedente.

AVVERTIMENTO VI.

Tav. v. Fig. 18. Si ponghino le due volte a botte perfette DEC, HKI, le quali sforzino al contrario il piede dritto AH, e la volta DEC, sia sottoposta ad HKI, per determinar la grossezza AB, del comun piede dritto a poter resistere allo sforzo di esse, deesi far la medesima operazione, espressa nell' Avvert. IV. Probl. III., colla sola differenza, che laddove nel n. XII. del citato Avvert. si unisce la potenza, notata nel n. VII., e quella notata nel n. XI., in questo caso dalla prima deesi toglier la seconda (*a*), e coll' eccesso deesi terminar l' operazione, descritta nel medesimo n. XII., e ciocchè ne risulta sarà la grossezza AB.

AVVERTIMENTO VII.

Se la volta, o l' arco DEC, fosse gravato dal parete ZW, in questo caso come la porzione MZ, gravita su del quadrante EC, e con esso sforza il piede dritto AH, trasportandosi l' aumentata potenza dell' arco DEC, nella direzion di quello HKI, diventerà in alcuni casi la prima maggiore della seconda, onde dal n. XI. se ne toglierà il notato nel n. VII., e del residuo se ne terminerà l' operazione, descritta nel n. XII. del medesimo Avvert.

AVVERTIMENTO VIII.

E' arbitraria la grossezza FG, del piede dritto FT, il quale è comune a' due archi perfetti HKI, TXV, che sieno eguali, e costrutti nella medesima orizzon-

(a) *Corol. 3., ed Avvert. 3. probl. 1. cap. 2.*

zontale. Dividasi FG, in due parti eguali nel punto S, dal quale s'innalzi la perpendicolare SO, indi dividasi il quadrante KI, in due parti eguali nel punto c, si tiri il raggio ac, e si prolunghi in O, finchè incontri la perpendicolare OS, e si tiri la retta Ob. Essendo i semicerchi HKI, TXV, eguali, e formati su di una stessa orizzontale, la retta Ob, dividerà il quadrante TX, in due parti eguali. Suppongasi il centro di gravità del componente nella direzione cO, essere il punto P; come entrambi gli archi saranno egualmente costrutti, il centro di gravità dell'altro sarà in Q, egualmente distante dal punto O. Innalzandosi le perpendicolari PR, QR, su di aO, bO, quelle saran le direzioni, nelle quali agiscono gli sforzi di essi archi. Essendo gli angoli Oab, Oba, semiretti, sarà l'angolo aOb, retto; onde la perpendicolare OS, lo dividerà in due parti eguali: ed essendo i due angoli OPR, OQR, anche eguali, come retti; sarà dunque PR, eguale a QR, ed OR, sarà di comune *(a)*. Incontrandosi le due direzioni PR, QR, nel medesimo punto R, queste per la composizion delle forze agiranno per la sola direzion perpendicolare OS, e tutto il peso de' due semicerchi KoI, TX, una con tutti i pesi, che gli sovrastano, vengon poggiati ad angoli retti su del piede dritto FT. Ma un pilastro di qualunque grossezza è capace a sostener qualunque peso perpendicolare *(b)* su di esso. Dunque qualsisia grossezza, che si dà ad un piede dritto comune a due archi perfetti, e costrutti su di una medesima orizzontale, sarà capace a sostener le pressioni di essi, e de' pareti, che se li sopraimpongono.

(a) *Prop. 26. lib. 1. Eucl.*
(b) *Avvert. 2. probl. 11. cap. 4.*

COROLLARIO.

Unendosi la forza de' due semiarchi KcI, TX, e del parete soprapposto a tutta la estensione KX, nella semplice estension della base del pilastro FT. Dunque nel cavar le fondamenta, per farsi le pedamenta a pilastri colla union degli archi, deesi trovare una terra di densità a poter soffrire la pressione non solo del pilastro FT, ma anche il peso de' due semiarchi KcI, TX, e del parete, che poggia in tutta la estensione KX, nell'altezza, ch'esso ha, il qual peso aumenterà il detto pilastro nel duplo, triplo, o altro; come si è il tutto avvisato nell' Avvert. IV. Cap. VI. Lib. I.

AVVERTIMENTO IX.

Sia del piede dritto Vd, la porzione e d, sottoposta ad un terrapieno, il quale agisca a resistere allo sforzo della volta TXV: per trovar la grossezza del piede dritto Vd, a poter resistere allo sforzo della volta insieme coll' ostacolo del terrapieno de, deesi trasportar la resistenza del nominato terrapieno d e, nella direzion della volta, il qual terrapieno agisce colla medesima direzion della volta TXV (a). Dallo sforzo della enunciata volta se ne deduca la resistenza del terrapieno, e l'eccesso sarà l'azion della volta contro il piede dritto, che per trovarne la grossezza di esso deesi far la medesima operazione, descritta nell' Avvert. VI.

AV-

(a) *Avvert. 3. Teor. cap. 2.*

AVVERTIMENTO X.

Nella formazion de' sopramentovati calcoli è necessario sempre aver presente l'azion della forza morta, ed il rapporto delle densità, e gravità specifiche de' materiali di azione, e di resistenza, cioè de' diversi materiali, che posson formar le volte, e' pareti soprapposti co' piedi dritti, come il tutto di sopra distintamente è stato dimostrato (*a*).

Essendosi stabilito il calcolo per li archi, o volte a botte perfette, per proporzionare i piedi dritti, che li debbon sostenere, deesi ora passare all'esame degli archi, o volte a botte imperfette, le quali son formate da semiellissi. La costruzion delle semiellissi da' Fabri è comune per mezzo della corda, quelle si dividono anche in 180. gradi, come i semicerchi, colla sola differenza, che ne' semicerchi i gradi sono eguali, e nelle semiellissi sono ineguali; maggiori sono ove la semiellisse è meno curva, e minori sono ove è più curva. Infinite sono le maniere per costruir colla riga, e compasso l'ellissi, ma non si ha una ellisse perfetta ordinata di 360. gradi, eccetto di quella, che si forma nel semicerchio, il diametro del quale sia asse maggiore della ellisse, le ordinate del semicerchio sul suo diametro daranno i punti, per dove passa il perimetro della ellisse, la quale pratica nasce dalla principal proprietà della ellisse, in rapporto a quella del cerchio. Per formare adunque una figura, che più si accosti ad una perfetta ellisse di 360. gradi, fatta con archi circolari, dipende dal seguente,

PRO-

(a) *Avvert.* 2. *probl.* 3.

PROBLEMA IV.

Dato l' asse maggiore, ed il semiasse minore costruire una semiellisse, formata da tre archi circolari, che sommano gradi 180.

Tav. IV. Fig. 59.

SIa dato l' asse maggiore AB, e dato il semiasse minore DC, costruire una semiellisse della espressa condizione.

Suppongasi costrutta la semiellisse AVDVB, da' tre archi AV, VV, VB, ciascun de' quali, per la condizion di sopra, sarà di gradi 60. Onde i raggi VS, VS, degli archi AV, AV, uniti a quelli AS, BS, formaranno gli angoli ASV, BSV, eguali, e ciascun di gradi 60. Prolungati i primi, che si uniscon nel punto T, per la ipotesi posta, sarà ancora l' angolo VTV, di gradi 60; e perciò il triangolo STS, sarà equilatero. Onde per formar la semiellisse della condizion di sopra, deesi costruir il triangolo equilatero STS, su dell' asse maggiore. La risoluzione adunque consiste in trovare il punto S. Sia perciò $AC = a$; $CD = b$; $CS = x$; ed essendo il triangolo STS, equilatero, sarà $ST = 2x$; onde sarà $CT = \sqrt{3x^2}$; e sarà ancora $DT = b + \sqrt{3x^2}$; Ma DT, dovrà essere eguale a TV, per gl' incontri degli archi circolari; e TV, è eguale ad AS + ST; dunque

$$a - x + 2x = b + \sqrt{3x^2}$$

e sarà $x = \frac{1}{2} a - b + \sqrt{\frac{1}{2} a - b^2 + \frac{1}{4} a - b^2}$

Costr: Facciasi BF, eguale a CD; e CG, eguale alla metà di CF, e sopra GF, si descriva il semicerchio GEF, che s' intersechi con CD, nel punto E; tirisi la GE; indi si faccia centro nel punto G, e coll' intervallo GE, descrivasi l' arco ES, che incontri l' asse maggiore AB, nel punto S. Questo sarà un vertice del triangolo

golo equilatero; si tagli CS = CS, e sopra la retta SS, si costruisca il triangolo equilatero STS, e i due lati TS, TS, si prolunghino verso V, V; facendo prima centro ne' punti S, S, e coll' intervallo SA, si descrivino gli archi AV, BV, ed indi facendo centro nel punto T, coll' intervallo TD, formandosi l'arco VV, questo s' incontrerà co' primi ne' medesimi punti V, V, e ciocchè doveasi fare.

AVVERTIMENTO I.

Abbenchè la descritta figura con rigore non si possa denominare ellisse, poichè nella vera ellisse, essendo il perimetro una continuata curva, i gradi della quale progressivamente diventano maggiori quantoppiù si discostano dall' intersezion dell' asse maggiore; pur tuttavia in pratica la descrizione, fatta nel precedente problema più si accosta alla vera. In fatti quella è formata da tre archi circolari, la somma de' quali formano gradi 180; i gradi accosto l' asse maggiore son minori di quelli, che sono accosto l' asse minore, ma non si avanzano progressivamente. Dalla descrizion della enunciata figura, rilevasi, che questa è della medesima natura del semicerchio, poichè il triangolo equilatero STS, si diminuisce finchè i tre vertici di esso si unisconò in un sol punto, che forma il centro del semicerchio; ed essendo il massimo triangolo equilatero, quello fatto su di AB, in questo caso diventerà arco piano. In tutti i casi le pietre, per formar le volte a botte della natura de' riferiti archi, debbono esser lavorate a cunei, che tendono a' centri della descrizion della curva; nella porzione V, V, debbon tendere nel punto T, e nelle due porzioni AU, BU, a' punti S, S, e si porrà in pratica la maniera espressa nell' Avvert. IV. Teor. II. Per quello poi riguarda la volta piana si esporrà a suo luogo.

AV-

AVVERTIMENTO II.

Consideraremo l'arco imperfetto in rapporto a se, ed a' suoi piedi dritti. Riguardo alla sua resistenza ad esser gravato da un peso, o situato nel vertice, ovvero ne' suoi fianchi, per darli la grossezza ad esser resistente, veggasi l'Avvert. IV. Probl. II., e ciocchè si è detto nell' Avvert. II. del medesimo Problema. In rapporto poi al suo piede dritto deesi esaminar la direzion media, colla quale agisce la volta a botte imperfetta, che sarà la perpendicolare, innalzata sopra la diagonale del rettangolo, fatto dalla semicorda dell' arco imperfetto, e della sua altezza, essendo l'intersezion di essa diagonale il luogo della rottura dell' arco, corrispondente al semicerchio (a).

TEOREMA III.

Sia ABC, un semicerchio, formato sopra l'asse maggiore AC, della semiellisse AEC, e sia ADBG, un quadrato, formato sopra il raggio AD, e tirisi la diagonale DG, la quale s' intersechi colla periferia nel punto F, da questo si abbassi la perpendicolare FL, su di AC; indi si unisca il punto D, col punto I, per mezzo della retta DI, e si prolunghi fino ad incontrar l'AG, nel punto H. Dico, che AH, sia eguale ad ED.

Tav. II. Fig. 34.

Per la proprietà della ellisse sarà

BD : ED = FL : IL (b)

ed essendo i due triangoli FLD, ILD, simili a' due triangoli GAD, HAD, si avrà perciò, che

FL : IL = GA : HA.

Onde BD : ED = GA : HA. Ma GA = BD, come lati del

(a) *Avvert.* 4. *Teor.* 6. *cap.* 3.

(b) *Corol.* 1. *Teor.* 3. *cap.* 1. *Voltimetria retta.*

medesimo quadrato; dunque sarà AH, eguale a DE, Ciocchè doveasi dimostrare.

COROLLARIO.

Essendo AH = DE, sarà DH, diagonale del rettangolo ADEH. Ma la diagonale DH, segna nel perimetro della ellisse AEC, il punto I, di minima resistenza di tutto l'arco imperfetto (a); dunque anche la perpendicolare FL, calata dalla metà del quadrante circolare AB, segnerà nel perimetro dell'arco imperfetto il punto I, della minima resistenza.

TEOREMA IV.

Tav. V. Fig. 60.

Sia il semicerchio ABC, e la semiellisse AEC, formata sopra la medesima retta AC; e sia diviso il quadrante BC, in due parti eguali nel punto I, dal quale si abbassi la perpendicolare IK, su di AC, la quale segnerà il punto a, nel perimetro AEC. Indi per lo punto I, si tiri la retta HF, tangente del semicerchio, la quale si unisca con DB, DC, prolungate in H, ed F: si unisca il punto F, col punto a, per mezzo della retta Fa, e si prolunghi fino ad incontrar la DH, nel punto G, sarà la Fa, tangente della semiellisse (b). Dal punto a, s'innalzi la retta LM, perpendicolare su di FG, la quale si vada ad unir colla retta CM, tangente comune nel punto C. Dico, che il triangolo LCM, sia simile al triangolo LaF, e tirandosi la retta CE, sarà il triangolo EDC, simile ad entrambi i riferiti triangoli.

(a) *Avvert. 4. Teor. 6. cap. 3.*
(b) *Corol. Teor. 2. Cap. 2. Volt. retta.*

Part. I. Ne' due triangoli LaF, LCM, saranno i due angoli LaF, LCM, eguali, come retti per costruzione, e l'angolo CLM, è comune ad entrambi i triangoli; onde dovendo essere il terzo eguale al terzo, saran perciò gli enunciati triangoli simili tra loro.

Par. II. Essendo il triangolo LaF, rettangolo nel punto a, dal quale è abbassata la perpendicolare aK, sarà il triangolo LaF, simile al triangolo aKF (*a*). Ma il triangolo aKF, è simile al triangolo DGF (*b*); dunque il triangolo LaF, sarà simile al triangolo DGF. Ma essendo la GF, parallela a CE (*c*), sarà il triangolo DGF, simile al triangolo DEC. Sicchè dunque anche il triangolo LaF, sarà simile al triangolo EDC. Ma il triangolo LCM, si è dimostrato simile al triangolo LaF; dunque i tre triangoli LCM, LaF, DEC, saranno simili tra loro. Ciocchè si dovea dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

Per lo principio, esposto nell' Avvert. I. Teor. II., di questo Capitolo, essendo EC, la direzione, colla quale l'arco semiellittico AEC, sforza il piede dritto, ed essendo la GF, parallela ad EC, sarà ancora la tangente GF, tirata nel punto a, la direzion di minima resistenza dello sforzo del suddetto arco AEC (*d*). Poichè la direzion delle pietre nella coordinazion di esse nel punto a, sarà LM (*e*), su della qual' è perpendicolare la suddetta tangente. Ma essendo il triangolo EDC, simile al trian-

(a) *Prop. 8. lib. 6. Eucl.*
(b) *Corol. prop. 4. lib. 6. Eucl.*
(c) *Lem. Teor. 3. cap. 2. Volt. ret.*
(d) *Corol. Teor. 3.*
(e) *Avvert. 1. Probl. 3.*

triangolo LCM (*a*), sarà ED : DC = LC : CM; ed essendo ED, DC, le forze componenti della direzione EC; saranno ancora LC, CM, le forze componenti della medesima direzione, come si è esposto nel Probl. III. Cap. IV.

AVVERTIMENTO II.

Per ritrovar la grossezza del piede dritto, che sostenghi lo sforzo di un arco imperfetto, debb' esser cognita non-solo LC, ma ancora LM, Lb, ed La, essendo date ED, DC, CE. Per aver in primo luogo LC. Essendo FH, ed FG, tangenti del semicerchio ABC, e della semielisse AEC, sarà

$$FH : FG = CB : CE. \ (b)$$

Ma $FH : FG = FI : Fa;$

Dunque $FI : Fa = CB : CE$

e permutando, ed invertendo, sarà

$$CB : FI = CE : Fa.$$

Posto il raggio DC, ch' è eguale DI = 1000, sarà IF, come tangente dell' angolo semiretto IDF, eguale ancora a 1000; e sarà la secante DF = 1414, ch' è eguale a BC. Sia ora DC = a; DE = b; EC = m; applicando dunque i dati proposti alla riferita proporzione si avrà

$$1414 : 1000 = m : \frac{1000\,m}{1414} = Fa$$

Indi essendo DC : CE = Fa : FL (*c*) facciasi, come

$$a : m = \frac{1000\,m}{1414} : \frac{1000\,m^2}{1414\,a} = FL$$

Essendo CF = 414, com' eccesso di DF, su di DC, e sarà CF, in rapporto a DC, eguale a $\frac{414a}{1000}$. Onde sarà LC = $\frac{1000m^2}{1414\,a}$ —

Z 2

(a) *Teor. preced.*
(b) *Corol. Lem. Teor.* 3. *cap.* 2. *Volt. ret.*
(c) *Teor.* 4.

$$-\frac{4144}{1000} = \frac{1000000m^2 - 585396\,a^2}{1414000\,a} = \frac{1000m^2 - 585.396\,a^2}{1414\,a}$$

Onde per trovare LC, deesi moltiplicare il numero costante 1000, per lo quadrato di EC; ed il numero costante 585. 396, per lo quadrato di DC; dal primo prodotto se ne tolga il secondo, ed il residuo dividasi per lo prodotto del numero costante 1414, per DC; il quoziente sarà LC.

Per aver in secondo luogo LM, trovisi un quarto proporzionale dopo ED, EC, e la di già trovata LC (*a*).

Essendo in oltre il triangolo LbC, simile al triangolo EDC, si avrà Lb, col trovare un quarto proporzionale in ordine a CE, ED, e la di sopra ritrovata LC.

Essendo poi il triangolo LbC, simile al triangolo EDC; onde trovando un quarto proporzionale in ordine ad ED, DC, ed Lb, di già trovata, si avrà bC, la quale togliendola dalla intera EC, si avrà la Eb.

Per trovar finalmente La. Essendo i due triangoli LaF, EDC; simili tra loro (*b*), sarà perciò EC : ED = LF : La; ed essendo $FL = \frac{1000\,m^2}{1414a}$. Onde per avere La, deesi prima moltiplicare il numero costante 1000, per lo quadrato di EC, ed un tal prodotto deesi divider per l'altro, che nasce col moltiplicarsi il numero costante 1414 per DC, ed il quoziente si noti. Indi, dopo EC, ED, ed il notato quoziente, si trovi un quarto proporzionale, che sarà La.

AVVERTIMENTO III.

Tav. V. Fig. 61. Dovendosi ora trovar la grossezza del piede dritto AC, per sostener lo sforzo dell'arco imperfetto APM, essen-

(a) *Teor. precedente*.
(b) *Teor. precedente*.

essendo data l'altezza AB, la corda AM, l'altezza LO, dell'arco, la grossezza LP, di esso, e la corda AL, del semiarco, la quale si ha con estrarre la radice quadra dalla somma de' quadrati, fatti su di AO, ed OL, debbonsi prima aver le forze componenti, che formano lo sforzo. Si segni nel perimetro ALM, il punto a, di minima resistenza, il quale si avrà colla intersezion della diagonale del rettangolo, fatto da AO, ed OL (*a*); si tiri la corda LA, e per lo punto a, la retta EF, ad angoli retti ad AL, e si unisca con BA, prolungata in E. Suppongasi CB, esser la grossezza del piede dritto AC; dal punto C, s'intenda abbassata la retta CH, perpendicolare su di LA, prolungata in H; per lo punto K, medio della grossezza della volta tirisi la retta KI, parallela ad AH; che si unisca con CH, in I. Sarà CI, la distanza dall'ippomoclio alla direzion dello sforzo della volta. Essendo date AO, OL, ed AL, trovisi AF, AE, ed EF (*b*), e sia AF $= a$; AE $= b$; ed EF $= m$; Pongasi l'altezza AB $= c$; e sia la grossezza del piede dritto CB $= x$; sarà la medesima CB, la supposta grossezza del piede dritto, dello sforzo della volta per la direzione LA $= \sqrt{\frac{2Pb}{m} + \frac{P^2 a^2}{c^2 m^2}} - \frac{Pa}{cm}$ (*c*), e sarà ancora la distanza dall'ippomoclio alla direzione LH, che noi supporremo CH $= \frac{bc - ax}{m}$. Onde essendo cognita x, sarà cognita la riferita distanza. La potenza, che agisce a rovesciare il piede dritto AC, espressa nella rapportata equazione col simbolo P, sarà l'anello ANPL. Posto ora AO $= e$; OL $= g$; e la grossezza PL $= d$. ed essendo il rettangolo,

(a) *Corol. Teor.* 3.
(b) *Avvert. preced.*
(c) *Probl.* 3. *cap.* 4.

lo, circoscritto all' ellisse alla medesima ellisse nella ragion di 14 : 11 (a), sarà l' anello quandrantale ellittico

$$ANPL = \frac{11\, d' (g + c + d)}{14}$$

che sarà il valore della potenza P, della quale se ne prenda la forza morta (b). Onde, dopo essersi trovato il valore della riferita potenza, si troverà la grossezza del piede dritto secondo lo sforzo nella direzione LH (c); indi si troverà la CH; e finalmente per l' Avvert. Lemma II. Probl. III. si avrà l' aggiunta, che forma la grossezza BC, del piede dritto a far resistenza alla data potenza (d). Sicchè dunque per aver la grossezza del piede dritto di un arco, o volta a botte imperfetta, deesi ...

I. Trovare un quarto proporzionale dopo il numero costante 14; undeci volte la data grossezza PL; e la somma di AO, ed OP; del quale quarto trovisi la forza morta, come nell' Avvert. IV. Probl. XI. Cap. IV., e si noti.

II. Si esegua la medesima operazione, espressa nell' Avvert. I., Probl. III. Cap. IV., dopo essersi trovate AF, AE, e ponendo per la potenza il notato quarto proporzionale, diminuito nella forza morta, ed il risultato si noti.

III. Trovinsi indi aF, FG, per l' Avvert. preced. la differenza delle quali sarà aG, a questa si unisca la Ka, metà della grossezza, e la somma KG, si noti.

IV. Finalmente facciasi la medesima operazione, descritta nel n. V. Avvert. I. Probl. III., e si avrà la grossezza BC, del piede dritto AC, di resistenza allo sforzo dell' arco imperfetto APM.

AV-

(a) *Teor. 4. cap. 1. Volt. retta.*
(b) *Avvert. 4. probl. 11. cap. 4.*
(c) *Avvert. 1. probl. 3. cap. 4.*
(d) *Lemma 2. probl. 3.*

AVVERTIMENTO IV.

Tutti gli accidenti dell'azioni, e reazioni, descritti nell' arco perfetto dall' Avvert. II., fino all' IX. del Probl. III hanno luogo ancora nell' arco imperfetto; le operazioni, per escogitarne la grossezza de' piedi dritti, son le medesime descritte ne' citati Avvertim., col rapporto non però al calcolo, esposto nell' Avvertim. preced. per l' arco imperfetto.

AVVERTIMENTO V.

Quantunque si sia dimostrato, che la direzion dello sforzo dell' arco perfetto, ed imperfetto, fosse la perpendicolare, che s' innalza sulla linea convergente de' componenti, tirata nel punto della minima resistenza, che corrisponde alla diagonale del rettangolo della composizion delle forze; pur tuttavia una tal teoria ha luogo nell' arco perfetto, ed in quello imperfetto, che chiamasi ellittico. Poichè in entrambi i riferiti archi essendo la linea di convergenza de' componenti tirata dall' enunciato punto, la direzion media tra la verticale, e l' orizzontale de' medesimi componenti, sarà la perpendicolare su di essa la direzion media dello sforzo di essi archi. Non così avviene negli archi segmentali, che si soglion costruir negli edificj, come sarebbe l' arco ALM, il quale fosse un segmento di cerchio, il di cui centro sia il punto O; come questo non poggia orizzontalmente sul piede dritto AC, ma obbliquamente NO, ed essendo la OG, che divide l' angolo AOL, o l' arco AL, in due parti eguali, la media direzion de' componenti, che tendono al punto O, della generazion dell' arco ALM; la linea di direzion dello sforzo del medesimo arco dovrà esser la perpendicolare HG, su di OG. La coordinazion del-

Tav. V. Fig. 61.

delle pietre in questo arco, per quello riguarda la pratica è la medesima operazione, enunciata nell' Avvert. IV. Teor. II., poichè le perpendicolari sulle tangenti passano per lo centro del cerchio, ove i componenti debbon tendere colle sezioni di essi.

AVVERTIMENTO VI.

Per trovar la formola generale, acciò si abbia la grossezza del piede dritto a poterne sostener lo sforzo di un tale arco segmentale, è necessario, che sieno cognite AF, AE, FE, e GK; supponendosi tirate queste rette, come rappresenta la figura, e come son tirate negli altri archi.

Per aver la AF, essendo cognito AQ, QL, pongasi LQ $= a$; ed AQ $= b$. Indi trovisi una terza proporzionale in ordine ad LQ, e QA, la quale unita ad LQ, formerà l' intero diametro del cerchio il di cui segmento è ALM; che co' simboli algebraici verrà espresso nella seguente maniera

$$a : b = b : \frac{b^2}{a}$$

Onde il diametro sarà eguale a $\frac{b^2}{a} + a = \frac{b^2 + a^2}{a}$

e sarà il raggio $AO = LO = aO = \frac{b^2 + a^2}{2a}$; ed $OQ = \frac{b^2 - a^2}{2a}$

Ma la retta OF, divide per ipotesi in due parti eguali l' angolo AOQ; dunque sarà

AO : OQ = AF : FQ (a)

Comp. AO + OQ : OQ = AQ : FQ

e permut. AO + OQ : AQ = OQ : FQ

qua-

(a) *Prop. 3. lib. 6. Eucl.*

la quale proporzione, espressa con caratteri algebraici, sarà $\frac{2b^2}{2a} : b = \frac{b^2-a^2}{2a}$, al quarto proporzionale $\frac{b^2-a^2}{2b} = FQ$.

Onde sarà $AF = b - \frac{b^2+a^2}{2b} = \frac{b^2+a^2}{2b}$

Sicchè dunque per avere AF, deesi unire il quadrato di AQ, ed il quadrato di QL, e la somma deesi divider per la dupla AQ.

Per aver poi AE, essendo i due triangoli EAF, FQO, simili, sarà FQ : QO = AF : AE, e con simboli algebraici si avrà

$\frac{b^2-a^2}{2b} : \frac{b^2-a^2}{2a} = \frac{b^2+a^2}{2b}$, ad $AE = \frac{b^2+a^2}{2a}$

deesi perciò divider la somma de' riferiti quadrati di AQ, e QL, per la dupla LQ, e così si avrà la desiderata AE.

Si avrà in oltre la EF, estraendo la radice dalla somma de' quadrati di AE, ed AF.

Finalmente per aver la KG, essendo simili non solo i due triangoli EAF, FOQ, ma ancor gli altri due AGO, ed FOQ, si troverà un quarto proporzionale dopo AF, FE, ed FQ, il quale darà FO; indi un'altro quarto proporzionale dopo FO, OQ, ed il raggio AO, il quale darà OG. E finalmente dal raggio aO, se se ne tolga OG, e si otterrà aG, alla quale vi si aggiunga aK, metà della grossezza PL, e si avrà colla somma la desiderata KG.

AVVERTIMENTO VII.

Tav. V. Fig. 62.

Essendo dato l'arco segmentale APM, del quale sia data la metà della corda AQ; l'altezza LQ; la grossezza del medesimo arco LP; l'altezza AB, del piede dritto; e l'altezza Nb, da sopra il piede dritto, giacchè

l'arco APM, poggia obbliquamente su di esso, e non orizzontalmente come gli altri; per l'Avvert. preced. si trovino AF, AE, EF, e sia $AF = a$; $AE = b$; $EF = m$; sia in oltre $AB = c$; $CB = x$, e $CR = e$; sarà

$$CH = \frac{bc - ax}{m} \text{ (a)}$$

Per essere i triangoli AQO, NbA, simili tra di loro, saran per consequenza i lati di questi proporzionali, ed essendo per l'Avvert. preced. cogniti i tre lati AQ, QO, AO, e cognita la NA, come grossezza dell' arco, saranno ancor cogniti i due lati Nb, bA, e perciò il triangolo NbA sarà cognito. Pongasi il citato triangolo colla espressione n^2, sarà il profilo $BCRNA = ex - n^2$ Pongasi di più la potenza $NALP = P$; si avrà per principio meccanico

$$P \times \frac{bc - ax}{m} = (ex - n^2)\frac{x}{2}$$

Onde sarà $\frac{P\,bc - P\,ax}{m} = \frac{ex^2 - n^2 x}{2}$

moltipl. per 2, e divis. per e

sarà $\frac{2\,P\,bc - 2\,P\,ax}{em} = x^2 - \frac{n^2 x}{e}$

e passando l'incognita si avrà

$$\frac{2\,P\,bc}{em} = x^2 - \frac{mn^2 x + 2\,P\,ax}{em}$$

aggiuntovi il quadrato di $\frac{-mn^2 + 2\,P\,a}{2\,em}$.

ed estrattane la radice quadrata si avrà

$$\sqrt{\frac{2\,P\,bc}{em} + \left(\frac{2\,P\,a - mn^2}{2\,em}\right)^2} = x - \frac{mn^2 + 2\,P\,a}{2\,em}$$

Onde

(a) *Probl.* 3. *cap.* 4.

Onde sarà $x = \sqrt{\frac{2Pbc}{em} + \left(\frac{2Pa - mn^2}{2em}\right)^2} - \frac{2Pa + mn^2}{2em}$.

Essendo cognita la CB, per essersi trovato il valore di x, sarà cognita ancor la CH; e per l' Avvertim. preced. essendo cognita la GK, si avrà la XC (a) di aggiunta alla CB, che forma tutta la grossezza del piede dritto XB, a far resistenza allo sforzo del dato arco.

Per trovare adunque la grossezza del piede dritto di un arco segmentale, a poter soffrire lo sforzo di esso, è necessario avere AF, AE, EF, KG (b); ed indi trovar la potenza NALP, e se l' arco è gravato da altri pesi, se ne dee formare una somma, e diminuirla nella forza. morta (c); ed indi deesi...

I. Moltiplicar la dupla potenza per AE, e per AB, ed il prodotto si divida per un altro prodotto, che nasca dalla moltiplica di CR, per EF, ed il quoziente si noti.

II. Moltiplicare il prodotto di EF, per lo triangolo NbA; si tolga dal prodotto di due volte la potenza moltiplicata per AF; ed il residuo dividasi per lo prodotto della dupla EF, moltiplicata per RC, ed il quoziente si noti.

III. Il notato quoziente si moltiplichi per se stesso, e si unisca a quello notato nel n. I.; dalla somma se n' estragga la radice quadra, la quale si noti.

IV. Si tolga dalla notata radice quadra il quoziente, che nasca dalla division della somma de' due prodotti, riferiti nel n. II., divisa per lo terzo prodotto, descritto nel medesimo n., ed il residuo sarà il valore di x, o sia BC.

V. Dal prodotto di AE, per AB, si tolga l' altro

 pro-

(a) *Avvert. Lem. 2. Probl. 2.*
(b) *Avvert. preced.*
(c) *Avvert. 4. probl. 11. cap. 4.*

prodotto, che nasca dalla moltiplica di BC, per AF, ed il residuo dividasi per EF; il quoziente si noti, che sarà CH.

VI. Finalmente facciasi la medesima operazione, espressa nell' Avvert. Lemma II. Probl. III., e si avrà XC, la qual'essendo unita al residuo notato nel n. IV. si avrà l'intera grossezza XB, del piede dritto ABXRN, a far resistenza al dato arco.

AVVERTIMENTO VIII.

La difficoltà nel costruir finora le volte piane, o nel coprir gli edificj, o nell'architravar gli ordini delle colonne, è nata dal non esservi stato scrittore, che ne avesse esaminate le teorie, ed applicate le avesse alla pratica. Grand'è l'uso di una tal costruzion negli edificj, e'direttori, ed esecutori di essi stentano di escogitarne la maniera di formarle, o con catene di ferro, capaci a sostenerne il peso, o col farle finte con ossature di legno. Due sono i punti da esaminarsi nella formazion delle volte piane, ed in riguardo alla di loro propria resistenza, ed in rapporto a quella de'piedi dritti. Di entrambi se n'esaminaran le teorie, e si uniranno alla semplice pratica.

Tav. VI. Fig. 63.

Nell' Avvert. I. Probl. IV. si è fatto vedere, come la volta curva si convertisce in piana della medesima natura. Diviene adunque volta piana, quando i tre punti della generazion della semiellisse, descritta nel citato Probl., si allontanino tanto dalla linea di mezzo OP, che formano il triangolo equilatero AOM, la coordinazion delle pietre dee tender nel solo punto O. Si rende difficile nella pratica il porre con esattezza le pietre, che tendono nel punto O, vertice del triangolo equilatero; poichè dovendosi stabilir la forma di legno, su della quale deesi costruir la volta di fabbrica pia-

piana, quella impediſce la direzion di una corda, che regolarebbe la convergenza di ciaſcuna pietra. Si faccia perciò di legno l'arco ALM, il quale abbia la corda AM, ch'è la larghezza dell'edificio da coprirſi, e ſia coſtrutto col centro O, ch'è vertice del triangolo equilatero, formato ſulla riferita larghezza. Queſt'arco ſarà il regolatore delle pietre componenti la volta piana, e ſi ſituerà ſopra la detta forma nel modo eſpreſſo in figura; ed a fronte del principio della volta da coſtruirſi, applicando la ſguadra mno, una parte del lato mn, verſo il vertice ſi combaci col perimetro dell'arco ALM, l'altro lato no, col ſuo prolungamento verſo O, eſprimerà la direzione, che debbe aver la pietra nel ſito n. E così ſcorrendo l'intero arco ALM, dal punto M, al punto A, ſi avrà uno ſtrato della volta piana; della medeſima maniera ſi paſſerà a coſtruire il ſecondo, il terzo ſtrato ec. finchè ſi giunga a chiuder la covertura. Le pietre di ciaſcun degli ſtrati debbono eſſere alternativamente poſte, e che l'una ſia di ſporto all'altra, acciò l'altro ſtrato venga a vicenda concatenato col primo, e così formar la compattezza dell'intera volta.

AVVERTIMENTO IX.

Per formare una volta piana deeſi pria proporzionar la reſiſtenza in rapporto a ſe ſteſſa: queſta contuttocchè non aveſſe da ſoffrire alcun peſo ſopra di eſſa, pure ſe le dee dar la dupla groſſezza di quella, che ſi ſoſterrebbe nel ſuo punto di equilibrio, e ciò ſe le aſſegna sì per la naturale ſoluzion delle fabbriche (*a*), che facendole perder l'equilibrio ruinarebbe, come per l'elaterio (*b*). Se poi doveſſe ſoffrir qualche peſo, ſi pro-

(a) *Cap.* 5. *lib.* 1.
(b) *Avvert.* 2. *Teor.* 5. *Cap.* 3.

si proporzionerà la sua grossezza a sostenerne il duplo di esso. Sia data adunque la larghezza AM, di un edificio da coprirsi con volta piana di tufo, data la lunghezza del medesimo edificio, e dato il peso, che dovrebbe sostenere, se ne troverà la grossezza nella seguente maniera. Pongasi la larghezza AM $= c$; la lunghezza della volta sia b; il peso, che dee soffrire, distribuito in tutta la sua estensione, sia O; e posta la grossezza PQ $= x$; sarà $x = \sqrt{\frac{2Oc}{2pb}}$ (a)

Essendo un prisma di calce con arena di base un palmo quadro, e di lunghezza palmi due, e stando poggiato ne' due estremi, sarà resistente ad un peso di rotoli 1878 (b); un medesimo prisma di tufi uniti col glutine della calce sarà resistente a rotoli 626 (c); onde sarà il carattere $p = 626$; e per trovar la grossezza PQ, deesi...

I. Moltiplicar la dupla lunghezza della volta, per lo numero costante 626, ed il prodotto si noti.

II. Dopo il notato prodotto, il duplo peso dato, per quello si è detto sopra, e la larghezza AM, trovisi un quarto proporzionale, dal quale se n'estragga la radice quadra, e questa sarà la grossezza di detta volta piana.

Esemp: Sia data AM $= 30$; la lunghezza sia 40; ed il peso sia rot. 8759, il prodotto notato nel n. I. sarà 50080. il quarto propoporzionale, riferito nel n. II. sarà 10. 49. la sua radice 3. 24. sarà la grossezza PQ, della proposta volta piana.

Per aver la grossezza della medesima volta a regger se stessa, senza pesi sopraimposti, è da notarsi, che ciascuno strato de' suoi componenti non riceve altra resisten-

---

(a) *Avvert. probl.* 4. *cap.* 3.
(b) *Corol.* 5. *probl.* 4. *cap.* 3.
(c) *Avvert.* 4. *probl.* 11. *cap.* 4.

ſtenza dal ſuo laterale, ſe non la coeſion verticale, la quale, per non eſſere obbliqua, non contribuiſce ad altra reſiſtenza, che a quella ſe gli potrebbe dare di più della groſſezza per la ſua naturale ſoluzione: Onde il rinvenimento della groſſezza di una volta piana, capace a ſoſtener ſe ſteſſa, ſi riduce a trovar la groſſezza di uno degli ſtrati de' componenti, come, per eſempio, vogliaſi fare una volta piana di tufo di Campana della larghezza propoſta; ſuppongaſi, che ciaſcuna pietra ſia di larghezza o. 75: abbiamo, che un priſma di tufo unito con calce può ſoſtenerſi nella lunghezza di pal. 8. 8, eſſendo di baſe un palmo in quadro (a). Sicchè eſſendo la larghezza della volta pal. 30; e poſta $a = 8.\ 8$; $b = 30$; $c = 0.\ 75$, e la groſſezza x che ſi va cercando; ſarà

$$x = \sqrt{\frac{b}{ca}}\ (b)$$

e cogli eſpreſſi numeri ſarà di pal. 2. 1. Per aver dunque la groſſezza di una volta piana, capace a ſoſtener ſe ſteſſa, deeſi...

I. Moltiplicar la lunghezza del priſma di baſe un palmo quadro, unito col glutine della Calcina, capace a ſoſtener ſe ſteſſo, per la larghezza de' Componenti, de' quali vien coſtrutta la volta, ed il prodotto ſi noti.

II. Si divida la larghezza data per lo notato prodotto, ed il duplo quoziente ſarà la groſſezza, che ſi va cercando, per quello ſi è detto di ſopra.

AVVERTIMEMTO X.

Per trovar la groſſezza de' piedi dritti a poter reſiſtere allo sforzo della volta piana ADNM, i componen-
ti

(a) *Avvert. 4. probl. 11. Cap. 4.*
(b) *Corol. 2. Teor. 4. cap. 3.*

ti della quale tendono nel vertice O, del triangolo equilatero AOM, deesi prima escogitar la direzion dello sforzo di essa. La pietra 1. agisce colla direzione aR, perpendicolare su di PO, e perciò orizzontalmente; la pietra 2. agisce colla direzione bS, e si unisce coll'azion della prima pietra; la pietra 3. unita alla comunicazione di azione delle due riferite pietre, agisce colla direzione cT, e così l'ultima pietra 4. agisce colla direzione eZ. Essendo tutte le direzioni aR, bS, cT, dX, eZ, rientranti in tutti i Componenti della metà della volta, ADPQ, la communicazion progressiva di tutte queste direzioni si ridurrà nell'ultima eZ; e perciò la volta piana agisce nel piede dritto AC, colla direzione eZ, perpendicolare innalzata su la metà di AD, ch'è il prolungamento del lato OA, del triangolo equilatero. Se nell'altre descritte volte curve si è presa una media direzion di tutte le pietre, che la componevano, la ragion si è dimostrata di sopra, poichè si è fatto vedere, che la direzione di ciascuna pietra non si communica interamente alla sua sottoposta, ma esce fuori dalla curva, il che non accade nella volta piana.

PROBLEMA V.

Trovare una formola generale per aver la grossezza de' piedi dritti a poter resistere allo sforzo della volta piana.

Tav. VI. Fig. 63.

Sia data la volta piana AMND, costrutta della maniera detta di sopra, della quale sia data la larghezza AM, la grossezza PQ, e l'altezza EM, del piede dritto, trovare una formola generale per aver la grossezza EF, del piede dritto, acciò sia resistente al conato della data volta.

Si costruisca il triangolo equilatero AOM, e si prolun-

lunghino i due lati OA, OM, fino ad interſecar l'intera groſſezza in D, ed N; dividaſi la MN, in due parti eguali nel punto I, dal quale s'innalzi la perpendicolare IK, che ſarà la direzion dello sforzo della volta (*a*). Si concepiſca EF, per groſſezza del piede dritto, e dal punto F, come ippomoclio, ſi abbaſſi la perpendicolare FK, ſulla riferita direzione.

Pongaſi $EM = a$; $AM = c$; $PQ = b$; ed $EF = x$, eſſendo il triangolo AOM, equilatero, ſarà il lato OM, alla perpendicolare OQ, nella ragion di 500 : 433. (*b*), onde ſarà $OQ = 0.866c$, e pongaſi uguale ad e. In oltre l'angolo OMQ, è eguale all'angolo NMg (*c*), e queſto è eguale all' angolo GNM, (*d*), onde ſarà l'angolo $OMQ = GNM$, e perciò il triangolo OMQ, ſarà ſimile al triangolo GNM: e ſarà

$$OQ : OM = MG : MN.$$

Eſſendo cognite OQ, OM, MG, ſi avrà la MN, la quale pongaſi d. In oltre eſſendo il triangolo OQM, ſimile al triangolo IMf, ſaranno ancora ſimili i due triangoli MGN, MIf. Ma come il triangolo MGN, è metà del triangolo equilatero, ſarà $MI = GN$; onde ſi ſarà eziandio (*e*) $MN = Mf = d$; e ſarà $fg = x - d$. Eſſendo ſimilmente il triangolo IMf, equiangolo col triangolo fgh, ſarà il triangolo OQM, ſimile al triangolo fgh, e perciò ſarà $OQ : QM = fg : gh$

Onde ſi avrà $gh = \frac{cx - cd}{2e}$,

ed $Fh = \frac{2ae - cx + cd}{2e}$.

Bb Eſſen-

(a) *Avvert. prec.*
(b) *Teor.* 4. *cap.* 2. *Volt. ret.*
(c) *Prop.* 15. *lib.* 1.
(d) *Prop.* 28. *lib.* 1.
(e) *Prop.* 26. *lib.* 1. *Eucl.*

Di più essendo il triangolo FhK, simile al triangolo fhg, e perciò simile al triangolo OQM; sarà

OM : OQ = Fh : FK; ed applicando i simboli algebraici si avrà $FK = \frac{2ae - cx + cd}{2c}$.

Ciò posto, il rettangolo EFHG, è eguale ad $ax + bx$. Il triangolo $MGN = \frac{b}{2} \times \frac{d}{2} = \frac{bd}{4}$,

Onde la figura EFHNM, ch'è la resistenza $R = ax + bx - \frac{bd}{4}$. Essendo IK, la direzione, colla quale agisce la potenza QFMN, sarà perciò $P : R = \frac{EF}{2} : FK$.

Onde si avrà $\left(ax + bx - \frac{bd}{4}\right)\frac{x}{2} = P\left(\frac{2ae - cx + cd}{2c}\right)$

ridotte le dette frazioni, e passando l'incognite ad una parte, si avrà

$8ax^2c + 8bx^2c - 2bdcx + 8Pcx = 16Pae + 8Pcd$

divis. per $8ac + 8bc$;

sarà $x^2 + \frac{8Pcx - 2bdcx}{8ac + 8bc} = \frac{16Pae + 8Pcd}{8ac + 8bc}$

ed $x^2 + \frac{4Pcx - bdcx}{4ac + 4bc} = \frac{2Pae + Pcd}{ac + bc}$

agg. $\left(\frac{4P - bd}{2a + 2b}\right)^2$, ed estrattane la radice, si avrà

$x + \frac{4P - bd}{2a + 2b} = \sqrt{\frac{2Pae + Pcd}{ac + bc} + \left(\frac{4P - bd}{2a + 2b}\right)^2}$

onde sarà

$x = \sqrt{\frac{P(2ae + cd)}{c(a + b)} + \left(\frac{4P - bd}{2(a + b)}\right)^2} - \frac{4P + bd}{2(a + b)}$

Ciocchè doveasi trovare.

AV-

AVVERTIMENTO I.

Per aver dunque la groſſezza de' piedi dritti di una volta piana a reſiſtere allo sforzo di eſſa, eſſendo cognita l'altezza de' piedi dritti, la larghezza di eſſa, e la groſſezza, deeſi prima trovare OQ, ch'è la perpendicolare del triangolo equilatero, la quale ſi trovi col moltiplicar la larghezza AM, per lo numero decimale coſtante o. 866. (*a*). Indi, dopo la detta perpendicolare OQ, la OM, o ſia AM, e la groſſezza MG, trovifi un quarto proporzionale, e darà MN. Poi deeſi....

I. Sommare il prodotto della dupla altezza EM, per OQ, ed il prodotto della larghezza AM, per MN, e la ſomma ſi moltiplichi per la potenza, diminuita nella forza morta (*b*), ed il prodotto ſi noti.

II. Si uniſca l'altezza EM, e la groſſezza PQ, e la ſomma ſi moltplichi, per la largezza AM: dividaſi il prodotto, notato nel n. I., per queſto, ed il quoziente ſi noti.

III. Si moltiplichi la riferita potenza, diminuita nella forza morta, per lo numero coſtante 4., e dal prodotto ſe ne tolga un'altro, che naſce moltiplicandoſi PQ, per MN; e la differenza dividaſi per la dupla ſomma di EM, e PQ, ed il quoziente ſi noti.

IV. Il notato quoziente ſi moltiplichi per ſe ſteſſo, e ſi uniſca col quoziente, notato nel n. II., e dalla ſomma ſe n'eſtragga la radice quadra, e ſi noti.

V. In vece della ſottrazione, fatta nel n. III., ſi uniſcano i due prodotti, enunciati nel riferito numero, e la ſomma dividaſi per la enunciata dupla ſomma di EM, e PQ, ed il quoziente ſi tolga dalla notata radice quadra;

[a] *Probl. preced.*

[b] *Avvert. 4. probl. 11. Cap. 4.*

dra; il residuo sarà la grossezza del piede dritto a resistere allo sforzo della volta piana.

Esemp. Sia AM = 30; EM = 60; PQ = 4. 2; sarà OQ = 25. 98; MN = 4. 84. e PN = 17. 42. Sarà la potenza PQMN = 68. 8.; questa, diminuita nella forza morta, sarà 25. 1. Il prodotto, notato nel n. I, sarà 81896. 28; il quoziente, notato nel n. II, sarà 42. 52; l'altro quoziente, notato nel n. III, sarà 0. 62. La radice quadra, notata nel n. IV, sarà 6. 55. Il quoziente, enunciato nel n. V, sarà 0. 94. Onde il residuo, notato nel medesimo numero, ch'è 5. 61, o sia palmi 5, ed once 7, e minuti 2, sarà la grossezza EF, del piede dritto a fare equilibrio allo sforzo della data volta piana.

AVVERTIMENTO II.

Tav. VI. Fig. 63.

Eccedendo l'altezza EM, del piede dritto EH, alla volta piana APM, fino all'altezza Fm, verrà diminuita la grossezza EF, poichè verrà aumentata la resistenza; ed in questo caso ponendo Fm = g, sarà la grossezza EF, o sia

$$x = \sqrt{\frac{P(2ae+cd)}{gc} + \left(\frac{4P-bd}{2g}\right)^2}\;\frac{-4P+bd}{2g}$$

Onde, per aver la suddetta grossezza, deesi prima trovare OQ, ed MN, come si è detto nell'Avvert. preced. ed indi deesi...

I. Moltiplicar l'altezza Fm, per la larghezza AM, ed il prodotto si noti.

II. Si unisca il prodotto della dupla EM, per OQ, col prodotto di AM, per MN, e la somma si noti.

III. Dopo il prodotto, notato nel n. I, la somma, notata nel n. II, e la potenza, diminuita nella forza mor-

ta

ta (*a*), trovisi un quarto proporzionale, e si noti.

IV. Dal prodotto della potenza, diminuita nella forza morta, per lo numero costante 4, se ne deduca il prodotto di PQ, per MN, ed il residuo dividasi per la dupla Fm, ed il quoziente si moltiplichi per se stesso. Il prodotto si noti.

V. Uniscasi il quarto proporzionale, notato nel n. III, ed il prodotto, notato nel n. IV., e dalla somma se n'estragga la radice quadra, e si noti.

VI. Finalmente dalla detta radice quadra se ne deduca il quoziente, che nasce dividendosi la somma de' due prodotti, espressi nel n. IV, per la dupla Fm, il residuo sarà la grossezza EF.

AVVERTIMENTO III.

Esposte adunque le formole generali, colle quali si hanno le grossezze de' piedi dritti di tutti i generi delle volte, sostenute da due pareti, che volgarmente si denominano *a Botte*, e sien di ostacolo allo sforzo di esse; si può da ciò con una semplicissima regola pratica aver le grossezze de' piedi dritti di ciascuna sorte di esse volte a sostenerne lo sforzo. Per darne una simile pratica è necessario premettere il seguente.

TEOREMA V.

Tav. V. Fig. 64.

Sieno i due vetti CB, GF, i quali abbian gl' ippomoclj A, E, e le potenze P, p, facciano equilibrio colle resistenze AD, EH. Dico, che il quadrato di CA, stia al quadrato di GE, nella ragion composta delle dirette, della potenza P, alla potenza p, e di AB, ad EF, e della inversa di GH, a CD.

Pon-

(a) *Avvert. 4. probl. 11. cap. 4.*

Pongasi AC $= a$; CD $= b$; AB $= c$; EF $= d$; GH $= e$; GE $= g$. Essendo i due vetti in equilibrio colle rispettive potenze, e resistenze, si avrà per lo Teorema fondamentale della statica, che nel vette CB

$$P : ab = \frac{a}{2} : c \ (a)$$

Onde sarà $Pc = \frac{a^2 b}{2}$

e così ancor nel vette GF, sarà $pd = \frac{eg^2}{2}$

entrambe l'equazioni moltiplicate per 2, sarà

$2Pc = a^2 b$) div. per b

$2pd = eg^2$) div. per e

Si avrà $\left.\begin{array}{l} \frac{2Pc}{b} = a^2 \\ \frac{2pd}{e} = g^2 \end{array}\right\}$ div. per 2

e ponendosi in proporzione, si avrà

$\frac{Pc}{b} : \frac{pd}{e} = \frac{a^2}{2} : \frac{g^2}{2}$, che co' caratteri espressi in figura, sarà

$\overline{CA}^2 : \overline{GE}^2 = P : p$

AB : EF

GH : CD. Ciocchè doveasi dimostrare.

COROLLARIO.

Se i rettangoli AD, EH, dinotino i piedi dritti di due volte; le potenze P, p, i sforzi di esse; ed i bracci AB, EF, sien le distanze dall'ippomoclj alle direzioni de' sforzi, si avran le seguenti illazioni.

I. Che

(a) *Teor.* 1. *cap.* 3.

I. Che i quadrati di AC , GE , grossezze de' piedi dritti, saranno in ragion composta delle dirette delle potenze e delle distanze dalle direzioni di esse, e della inversa delle altezze de' piedi dritti.

II. Se le altezze de' piedi dritti sono eguali in due differenti volte, saranno i quadrati delle grossezze di essi nella ragion composta delle potenze , e delle distanze da esse all' ippomoclio.

III. Se le potenze, o volte sieno eguali, saranno i quadrati delle grossezze de' piedi dritti nella ragion composta della diretta delle distanze delle riferite potenze , e della inversa delle altezze de' piedi dritti.

IV. E finalmente, se le distanze dall' ippomoclio alle direzioni delle potenze sieno eguali, saranno i quadrati delle grossezze de' piedi dritti in ragion composta della diretta delle potenze, e della inversa delle altezze de' piedi dritti.

Essendosi esaminati i rapporti delle grossezze de' piedi dritti , che han colle altezze di essi, colle potenze, e distanze di esse, e convertendosi le due equazioni, espresse nel Teorema precedente in

$$P = \frac{a^2 b}{c}$$

$$p = \frac{cg^2}{d}$$

si avranno altre quattro proprietà, cioè....

I. Che le potenze, o gli sforzi di due volte saran nella ragion composta delle dirette de' quadrati delle grossezze de' piedi dritti, e delle altezze di essi, e della inversa delle distanze dall'ippomoclj alle direzioni delle potenze.

II. Se le distanze sieno eguali , le potenze saran nella ragion composta de' quadrati delle grossezze de' piedi dritti, e delle altezze di essi.

III. Se le grossezze de' piedi dritti sieno eguali , le po-

potenze saran nella ragion composta della diretta delle altezze, e della inversa delle riferite distanze.

IV. Finalmente, se le altezze de' piedi dritti fiene eguali, le potenze saran nella ragion composta della diretta de' quadrati delle grossezze, e della inversa delle dette distanze.

Moltissime altre conseguenze si potrebbero dedurre colle mutazioni delle riferite equazioni, le quali daran luogo ad altrettante proprietà, o sien Teoremi, appartenenti alla natura de' conati delle volte contro i piedi dritti, ed al di loro equilibrio. Dall' esposte illazioni vien determinata la pratica, che debb' eseguirsi in trovare alcune parti per l' equilibrio degli sforzi delle volte, essendo date le altre, come si vedrà nel seguente.

AVVERTIMENTO I.

In due generi delle Volte perfette, e piane, se ne può dedurre una pratica semplice dalle formole riferite, poichè le direzioni della potenza colle altezze de' piedi dritti in ambedue, formono triangoli simili nelle differenti rispettive grandezze, che possono avere. Delle altre poi verrà più intrigata, ma molto minore di quella delle descritte formole. Essendosi distinte le volte in perfetta, imperfetta, segmentale, e piana, ciascuna delle quali è suddivisa in quelle, che poggiano sopra i piedi dritti, ed in altre ove i piedi dritti eccedono l' imposte delle volte; di ogn' una di esse se n' esporrà la più semplice pratica.

Essendo in equilibrio lo sforzo della volta, e' piedi dritti, quando il detto sforzo, o sia la potenza, sta al piede dritto, o sia resistenza, come la metà della grossezza del piede dritto alla distanza dall' ippomoclio alla direzion di esso sforzo (*a*). Onde i quadrati delle grossez-

(a) *Probl.* 3.

ſezza de' piedi dritti di due volte dello ſteſſo genere ſaranno nella ragion compoſta, delle due dirette, cioè delle potenze, e delle loro diſtanze dal punto d'ippomoclio, e dell' inverſa delle altezze de' medeſimi piedi dritti (*a*). Ma eſſendo il triangolo TQm, ſimile al triangolo OAM, il lato TQ, o ſia la diſtanza dall' ippomoclio alla direzione dello sforzo, corriſponderà al raggio AO; onde in vece di TQ, ne' rapporti, ſi potrà porre il raggio AO. E perciò ſaranno i quadrati delle groſſezze de' piedi dritti nella ragion compoſta, delle potenze, del raggio AO, e dell' inverſa dell' altezza AE. Eſſendo della calcolata volta (*b*) la groſſezza del piede dritto T = 6. 4, che per aggiungerci reſiſtenza la paſſaremo 6. 5; la potenza diminuita nella forza morta 23. 17; il raggio AO = 8; e l' altezza AE = 24; ſe ne deduce dalle teorie eſpoſte la ſeguente

Tav. IV. Fig. 56.

PRATICA I.

Per la volta perfetta, che poggia ſu de' piedi dritti.

I. DEeſi trovar la potenza, diminuita nella forza morta, come ſi è detto ne' paſſati eſempj, e ſi noti.

II. Troviſi un quarto proporzionale dopo il prodotto del numero coſtante 185. 36, per l' altezza del piede dritto della volta, di cui ſe ne va cercando la groſſezza; il prodotto del numero coſtante 24, per la notata potenza, e per lo raggio della medeſima volta; ed il terzo termine ſarà il numero coſtante 42. 25. dal detto quarto proporzionale eſtraendoſi la radice quadra, queſta ſarà la groſſezza del piede dritto, che ſi va cercando.

Cc *PRA-*

(a) *Corol. Teor. prec.*
(b) *Avvert.* 1. *probl.* 3.

PRATICA II.

Per la Volta perfetta, della quale i piedi dritti eccedon l'imposta di essa.

DAlla formola, espressa nell' Avvert. IV. Probl. II, e dalle teorie esposte, rilevasi, come possa trovarsi la grossezza del piede dritto di una Volta, ch' eccede l'imposta di essa: della quale sia data l'altezza totale del piede dritto, ed il raggio di essa.

I. Deesi trovar la potenza, diminuita nella forza morta, come più volte si è detto di sopra, e si noti.

II. Finalmente dopo il prodotto del numero costante 185. 36, per la data totale altezza del piede dritto; il prodotto del numero costante 40, per la potenza, notata nel n. I, e per lo raggio della medesima volta, ed il numero costante 28. 09. trovisi un quarto proporzionale, dal quale estraendosene la radice quadra, si avrà la grossezza del piede dritto, che si va cercando.

PRATICA III.

Per la Volta imperfetta, che poggia su de' piedi dritti.

Tav. V. Fig. 61.

DAll' esposizioni di sopra si deduce, che diminuendosi l'altezza LO, della volta imperfetta, ed allargandosi perciò la direzion dello sforzo di essa, diverrà maggiore la grossezza del piede dritto. Sicchè dunque i quadrati delle grossezze de' piedi dritti di esse, dovendo esser nella ragion composta delle potenze, e della distan-

za

za CI, e dell' inverſa dell' altezza AB (*a*): eſſendo il triangolo CIb, ſimile al triangolo EcK, e perciò ſimile anche al triangolo AGF, ſarà la CI, la medeſima di EK, ovvero AG, come omologi di eſſi triangoli. Dalla formola, eſpreſſa nell' Avvert. III. Teor. IV. ſi è ſtabilita la potenza, la retta AG, e l' altezza AB, di una data volta, da' quali numeri coſtanti ſi avrà, che per trovar la groſſezza del piede dritto di qualunque Volta imperfetta deeſi...

I. Trovar la AG, della data Volta, la quale ſi avrà moltiplicando il numero coſtante 1000. per lo quadrato di AL; ed il numero coſtante 585. 396, per lo quadrato di AO; e dal primo prodotto ſe ne tolga il ſecondo, ed il reſiduo dividaſi per lo prodotto del numero coſtante 1414. per AO; il quoziente ſarà AF (*b*). Indi in ordine ad AL, AO, ed AF, troviſi un quarto proporzionale, il quale darà il valor di AG, e ſi noti.

II. Troviſi la potenza, diminuita nella forza morta, come di ſopra ſi è detto, e ſi noti.

III. Finalmente dopo il prodotto del numero coſtante 66. 2, per la data altezza del piede dritto; il prodotto del num. coſtante 30. per la potenza, notata nel n. II, e per lo valor di AG, notato nel n. I; ed il num. coſtante 32. 83, troviſi un quarto proporzionale, la radice quadra del quale ſarà la groſſezza del piede dritto.

(a) *Teor. prec.*
(b) *Avvert. 2. Teor. 4.*

PRATICA IV.

Per la Volta imperfetta, per la quale i piedi dritti eccedon l'imposta di essa.

Tav. V. Fig. 61. I. DEesi trovar l'AG, come si è detto nel precedente n. I, ed il valor di essa si noti.

II. Trovisi la potenza, diminuita nella forza morta, della maniera detta di sopra, e si noti.

III. Finalmente dopo il prodotto del num. costante 66. 2, per la totale altezza del piede dritto; il prodotto del num. costante 50. per la potenza, notata nel n. II., e per lo valore, notato nel n. I; ed il terzo termine il num. costante 24. 3; trovisi un quarto proporzionale, la radice quadra del quale sarà la grossezza de' piedi dritti.

PRATICA V.

Per la Volta segmentale.

Tav. V. Fig. 62. ESsendo il triangolo CHc, simile al triangolo DcA, e questo essendo simile al triangolo AFG, e simile al triangolo FOQ, sarà il triangolo CHc, simile al triangolo FQO. Onde per la ragion della distanza XI, dall' ippomoclio alla direzion della potenza, si potrà porre la OQ, che l'è corrispondente ed analoga, e per aver la grandezza del piede dritto, deesi...

I. Trovare OQ, la quale si ha, togliendo dal quadrato di AQ, il quadrato di LQ, ed il residuo dividasi per la dupla LQ, il quoziente sarà OQ (*a*), e si noti

II.

(a) *Avvert.* 6. *Teor.* 4.

II. Trovisi la potenza, diminuita nella forza morta, come di sopra si è detto, e si noti...

III. Finalmente dopo i tre termini, cioè il prodotto del numero costante 53. 2, per l'altezza della volta; il prodotto del numero costante 50; per lo quoziente, notato nel n. I, e per la potenza, notata nel n. II; ed il numero costante 22. 18, trovisi un quarto proporzionale, la radice quadra del quale sarà la grossezza del piede dritto della data volta.

PRATICA VI.

Per la volta piana, i piedi dritti della quale non eccedon l'imposta di essa.

Essendo il triangolo FbK, simile al triangolo OQM, per l'intermedj triangoli fhg, IMf, si porrà OQ, per la distanza FK, dall'ippomoclio alla direzion della potenza; onde per aver la grossezza del piede dritto di una data volta, deesi

Tav. VI. Fig. 63.

I. Trovare OQ, la quale si ha, moltiplicando la larghezza AM, per lo numero decimale costante 0. 866 (*a*), ed il prodotto si noti.

II. Trovisi la potenza, diminuita nella forza morta, come di sopra si è detto, e si noti.

III. Finalmente dopo i tre termini, cioè il prodotto del numero costante 652. 1, per la data altezza; il prodotto del numero costante 60, per lo prodotto, notato nel n. I, e per la potenza, notata nel n. II.; ed il numero costante 31. 5, trovisi un quarto proporzionale, la radice quadra del quale sarà la grossezza del piede dritto della data volta.

PRA-

(a) *Probl.* 4.

PRATICA VII.

Per la Volta piana, i piedi dritti della quale eccedon l'imposta di essa.

PEr aver la grossezza del piede dritto di una Volta piana, i piedi dritti della quale eccedon l'imposta di essa, deesi...

I. Trovare OQ, come si è detto nel precedente n.I., ed il prodotto si noti.

II. Trovisi la potenza, diminuita nella forza morta, come di sopra si è detto, si noti.

III. Dopo il prodotto del numero costante 652. 1, per la totale altezza; il prodotto del numero costante 90, per lo prodotto, notato nel n. I., e per la potenza, notata nel n. II., ed il terzo termine farà il numero costante 23. 9, trovisi un quarto proporzionale, la radice quadra del quale farà la grossezza del piede dritto a sostenerne lo sforzo.

AVVERTIMENTO II.

Co' riferiti metodi pratici si posson risolvere tutti gli accidenti descritti di sopra. Spesso accade, che in un piede dritto delle mentovate Volte deesi far qualche apertura; in questo caso, come il piede dritto della grossezza proporzionata resisterebbe allo sforzo della volta, così mancando in esso una sua parte, diventarebbe meno resistente; perciò l'estension dell' apertura deesi crescer nella grossezza del medesimo piede dritto. Ciò si esegue, dividendo la solidità dell' apertura medesima, per la estension superficiale della lunghezza, ed altezza del piede dritto, detrattane la estension superficiale dell' apertura medesima; il quoziente farà quello, che deesi accrescere al pie-

de

de dritto per sostener lo sforzo della Volta.

Quando le volte son di diverso genere de' piedi dritti, allora le potenze si debbono avanzare, o diminuir nella ragion delle densità diverse, che quelle hanno in rapporto a' piedi dritti, come si è detto nell' Avvert. II. Probl. III.

AVVERTIMENTO III.

Da tutt' i Fisici sono stati distinti tre casi, quando un corpo è spinto da due forze diverse. Il primo è quando il globo A, è urtato da una forza, espressa per DA, e da un altra forza, espressa per DF. Queste due forze si chiamano *cospiranti*, ed è facile il comprendere, che il globo A, debbe andar verso B, con forza eguale alla somma di AD, DF. Il secondo è quando il globo A, è spinto dalla forza, espressa per DA, e nel medesimo tempo è spinto da BA, eguale alla prima, che formano una medesima linea, queste si chiamano *forze contrarie*, *ed opposte*; il globo in questo caso starà quieto, perchè dovendo essere il globo A, nel medesimo tempo in D, per la forza BA; ed in B, per la forza DA, quello non si moverà dal suo sito A. Le azioni BA, DA, che spingono il globo A, possono essere eguali, tanto se i corpi che agiscono, sieno di egual peso, e di eguale velocità, quanto se i corpi son diversi, e le velocità son reciproche a' di loro pesi. Se poi l'azion BA, è maggiore di quella EA, il globo A, si moverà verso D, colla differenza della velocità BA, su di AE; poichè distrutte le azioni eguali, resterà la loro differenza, colla quale il globo si moverà verso quella parte, ond' è diretta l'azion maggiore. Il terzo caso è, quando le direzioni sono, nè cospiranti, come nel primo caso, nè contrarie, come nel secondo, ma che formano un qualche angolo, e queste si chiamano *convergenti*. Potendo essere un angolo, *retto*, *acuto*, ed *ottuso*, onde infinite direzioni può prendere il

Tav. VI. Fig. 65.

il globo A, dopo le spinte, a seconda della convergenza delle azioni; poichè la direzion di tali forze sarà la diagonale delle forze componenti, che si chiama *composizion di moto*.

Il globo A, può esser spinto da più di due forze, le quali sieno ineguali: per determinar la direzion della composizion del moto, debbonsi supponer le forze unite in un sol. punto, che urtano il globo A; e perciò il problema si riduce a trovare il centro di gravità delle forze componenti. E' ancora risoluto nella Statica da' medesimi Fisici un tal problema; sia il globo A, spinto da' tre corpi B, C, E con ineguali forze, BA, CA, EA, per trovar la direzion del globo A, dopo le percosse, deesi trovare il centro di gravità. Quello si avrà, tirando la retta BC, e dividendola nel punto G, per lo Teorema fondamentale della Statica, in guisacchè la somma di BA, AC, che rappresenta le forze de' corpi B, C, stia ad AC, come BC, a BG, il punto G, sarà il centro di gravità de' due corpi B, C. Indi si tiri la retta GE, e per lo citato Teor., si divida nel punto H, di sortacchè la somma di BA, CA, EA, ch' espriman le rispettive forze de' corpi B, C, E, stia ad AE, come la GE, alla GH; il punto H, sarà il centro di gravità de' tre corpi B, C, E. Tirisi la retta HA, e si prolunghi verso I, e facciasi l' AI, eguale alla tripla AH; esprimerà l' AI, la direzione, e la quantità della forza composta, colla quale si moverà il globo A, spinto dalle tre riferite forze.

Per aver la composizion delle forze, o sia la forza totale, colla quale viene spinto il globo A, deesi trovar la HA; acciò la tripla di essa, ch' è AI, sarà la ricercata forza. Tirisi la HM, perpendicolare su di BE; e dicasi la forza $BA = a$; quella di $AC = b$; quella di $AE = c$; e sia $BC = d$. Per lo principio statico, sarà

$$a + b : b = d : \frac{bd}{a+b} = BG$$

In ol-

In oltre tirisi GK, parallela ad AC, sarà il triangolo AKG, simile al triangolo BAC; onde sarà

$$d : a = \frac{bd}{a+b} : \frac{ab}{a+b} = BK$$

e sarà $KE = a + c - \frac{ab}{a+b} = \frac{a^2 + ac + bc}{a+b}$.

Essendo EMH, simile al triangolo EKG, sarà EM : MK = EH : HG; che perciò dovendo essere
AB + AC + AE : AB + AC = GE : EH,
sarà AB + AC + AE : AB + AC = EK : EM, e con simboli algebraici si avrà

$$a+b+c : a+b = \frac{a^2 + ac + bc}{a+b} : \frac{a^2 + ac + bc}{a+b+c} = EM$$

Onde sarà $MA = \frac{a^2 + ac + bc}{a+b+c} - c = \frac{a^2 - c^2}{a+b+c}$

In oltre essendo il triangolo BKG, simile al triangolo BAC, si avrà la KG, facendo

$$a : b = \frac{ab}{a+b} : \frac{b^2}{a+b} = KG$$

ed essendo EK : KG = EM : MH, sarà con simboli algebraici $\frac{a^2 + ac + bc}{a+b} : \frac{b^2}{a+b} = \frac{a^2 + ac + bc}{a+b+c} : \frac{b^2}{a+b+c} = MH$.

Sicchè dunque essendo $MA = \frac{a^2 - c^2}{a+b+c}$, ed $MH = \frac{b^2}{a+b+c}$;
sarà la HA, radice quadra della somma de' quadrati di detti termini, e la tripla di essa sarà la forza composta; l'esposizion pratica si descriverà poi nell'esame del susseguente Caso VII.

Da ciò si deduce, che se le tre forze BA, CA, AE, sono eguali, il globo A, si moverà spinto dalla sola forza CA, per la direzione AL, e la quantità del moto sarà eguale ad AC. Poichè, essendo il centro di gravità delle due forze eguali B, C, il punto di mezzo G, e tirandosi

la retta GK, parallela a CA, dividerà la BA, in due parti eguali nel punto K; per li triangoli simili BKG, BAC, sarà AE, dupla di AK, e per li triangoli simili EAO, EKG, sarà EO, dupla di OG. In oltre, essendo il punto G, il centro di gravità delle due forze B, C; ed essendo eguali le tre forze, sarà il centro di gravità delle tre riferite forze nella retta GE, il punto O, poichè per lo principio statico le due forze B, C, unite nel punto G, son duple della forza E; onde la retta EO, sarà dupla di OG. Ma la retta AO, è la terza parte di AC (*a*); dunque la direzion del globo A, sarà AL, prolungamento di CA, e la quantità del moto composto sarà eguale a CA, o sia alla tripla di AO. Ed infatti, distrugendosi le due forze contrarie, ed opposte BA, EA, vi resterà la terza CA, la quale agirà da per se stessa.

Per lo medesimo principio, se le due forze contrarie, ed opposte BA, AE, sono eguali, e la terza CA, diretta ad angoli retti su di BE, sia maggiore, o minore di ciascuna delle due; la direzion della forza sarà il prolungamento di CA, e la quantità di essa sarà eguale alla medesima forza CA.

Esser potrebbe il globo A, urtato da quattro forze DA, BA, CA, EA, ed in questo caso, se quelle sono eguali, il globo non si moverà; se le due DA, CA, sono eguali, e la terza BA, è maggiore di EA, il globo agirà verso AE, coll' eccesso della forza di BA, su di AE. Se le due forze BA, DA, son maggiori dell' altre due AE, AC, e gli eccessi sono Ab, Ad; il globo A, descriverà la diagonale AF; onde se AB, AD, sono eguali, la diagonale AF, sarà del quadrato degli eccessi.

Tav. VI. Fig. 66.

AV-

(a) *Corol. 1. probl. 1. Cap. 1.*

AVVERTIMENTO IV.

Dalle teorie esposte, e dimostrate da' Fisici nel trattato del moto composto eguabile, e variabile, si posson risolvere tutt' i casi dell' incontro delle forze degli archi contro i piedi dritti; per l' esame de' quali deesi premettere il seguente.

PROBLEMA VI.

Data la diagonale AC, di un rettangolo, e data la ragion di D : E, trovare i lati del rettangolo, che sieno nella medesima data ragione. Tav. VI. Fig. 67.

Pongasi $AC = a$; $D = m$; $E = n$; e suppongasi costrutto il rettangolo ABCF, e dicasi il lato maggiore $BC = x$. Per ipotesi D : E = BC : BA, onde ponendosi i simboli algebraici si avrà $m : n = x : AB = \frac{nx}{m}$

Essendo il triangolo ABC, rettangolo, sarà

$$x^2 + \frac{n^2 x^2}{m^2} = a^2$$

molt. per m^2

si avrà $m^2 x^2 + n^2 x^2 = m^2 a^2$

divis. per $m^2 + n^2$

sarà $x^2 = \frac{m^2 a^2}{m^2 + n^2}$

ed estrattane la radice quadra sarà $x = \frac{ma}{\sqrt{m^2 + n^2}}$. Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO I.

Per aver dunque i lati di un rettangolo, del quale sia data la diagonale, e la ragion di essi, deesi ...

I. Estrarre la radice quadra dalla somma de' quadrati de' due termini della data ragione, e si noti.

II. Trovisi un quarto proporzionale dopo la notata radice, la data diagonale, ed il termine maggiore della data ragione, e questo sarà il lato maggiore del rettangolo.

III. Finalmente dopo la data ragione, ed il lato maggiore, trovato nel num. preced. trovisi un quarto proporzionale, il quale sarà il lato minore.

AVVERTIMENTO II.

Nove Casi diversi si posson distinguere nell' incontro degli sforzi degli archi soli, o caricati da altre potenze; di ogn' un di essi n' esporremo la risoluzione.

Esame del I. Caso.

Il piede dritto C, può essere spinto da due forze cospiranti, cioè da due archi, un sopra l' altro verso la medesima direzione. Per aver la grossezza del piede dritto, deesi trasportare una potenza di un'arco nel sito dell' altra, usando la regola pratica, descritta nel Probl. I. Cap. II., e la quantità della potenza trasportata, unita a quella, che trovisi nel medesimo sito, si porrà a calcolo, e si avrà colle riferite regole pratiche nell' Avvert. I. Teor. V. di questo Capo la grossezza del medesimo piede dritto.

Tav. VI. Fig. 68.

Esame del II. Caso.

Il piede dritto F, potrebbe essere spinto dalle due for-

ze contrarie, ed opposte, come fossero i due archi eguali CF, LF; la grossezza di questo piede dritto sarà arbitraria (*a*).

Arbitraria esser potrebbe ancora la grossezza del piede dritto F, se la densità delle dette potenze sieno nella ragione inversa della grandezza degli archi CF, LF (*b*).

La enunciata teoria ha luogo ne' soli casi, che gli archi son situati nella medesima linea; se poi gli archi son situati uno inferiore all' altro, potrebbe accadere, che quello inferiore, trasportato all' opposto del superiore nella medesima linea, si facesse di una reazione eguale alla potenza, e per quello enunciato di sopra, si farebbe la grossezza del piede dritto F, arbitraria. Ma come l'azione, e la reazione non sono nel medesimo punto, per cui la di loro composizione agirebbe perpendicolarmente; perciò in questo caso stando fermo il pilastro nella sua base, in una parte della lunghezza essendo sforzato per una direzione, e nell' estremo di essa lunghezza essendo sforzato con direzione opposta, la sua grossezza esser dee proporzionata, come fosse un gattone poggiato ne' suoi estremi, e fosse gravato dallo sforzo dell' arco inferiore, secondo le dottrine esposte di sopra.

Esame del III. Caso.

Essendo l'arco CF, maggiore dell' arco LF, del piede dritto F, si proporzionerà la sua grossezza 3, 2 coll' eccesso dell' arco maggiore, sul minore, o sia dalla potenza maggiore sulla minore.

Esame del IV. Caso.

Quando il pilastro C, è spinto dalle due forze conver-

(a) *Avvert.* 8. *probl.* 3.
(b) *Avvert.* 3. *Teor.* 5.

vergenti bC, eC eguali; come la composizion di queste due forze è la diagonale delle forze componenti, così la potenza, che agisce, non sarà la somma delle due forze, ma la diagonale delle medesime (a). Onde una potenza di esse, come sia la metà dell' arco CF, caritato di tutti i pesi, e ridotto nella sua azion morta, deesi nel caso, che la figura dmeb sia quadrata, moltiplicar per lo numero costante 1.41, ed il prodotto sarà la potenza, che deesi porre a calcolo nella pratica, espressa nell' Avvert. I. Teor. V.. La grossezza, che si otterrà colla riferita regola, sarà la diagonale GH, del quadrato C, la quale, dividendosi per lo numero costante 1.41, il quoziente darà il lato del quadrato C, o sia del piede dritto.

Esame del V. Caso.

Il pilastro A, potrebbe essere spinto dalle due forze convergenti aA, cA ineguali, in questo caso la potenza, che deesi porre a Calcolo, sarà la radice quadra della somma de' quadrati delle forze componenti, o sieno le due potenze, che agiscono colle direzioni aA, cA. La grossezza del piede dritto, che ne risulta colle pratiche di sopra, sarà la diagonale del rettangolo A, il qual'è la pianta del piede dritto; di essa diagonale se ne debbon trovare i lati del rettangolo nella ragion delle potenze componenti (b), ed assignare il lato maggiore alla opposizion della forza maggiore, e così della minore.

Esame del VI. Caso.

Il pilastro F, potrebbe essere spinto da tre forze eguali eF, mF, nF, delle quali le due eF, nF, sieno contra-

---

(a) *Avvert. 3. Teor. 5.*
(b) *Avvert. preced.*

trarie, ed opposte, e la terza mF, agisca a perpendicolo su di esse; come le prime forze si distruggono (a), così la sola forza mF, agirà; Onde la grossezza 1, 2. del piede dritto F, deesi proporzionar secondo la quantità della forza mF, usando le pratiche enunciate di sopra; ed in riguardo alla grossezza 2, 3, sarà arbitraria. Essendo poi la forza mF, maggiore, o minore dell' altre due contrarie, ed opposte, si proporzionerà sempre la grossezza 1, 2. colla riferita forza, ed arbitraria sarà sempre la grossezza 2, 3.

Esame del VII. Caso.

Il pilastro F, potrebbe essere spinto dalle tre forze eF, mF, nF, ineguali tra loro, per porre a calcolo la forza composta, colla quale il riferito pilastro è spinto, deesi ricorrere a ciocchè si è detto nell' Avvert. III. Teor. V., la pratica è la seguente.

I. Deesi trovar ciascuna forza, diminuita nella sua azion morta (*b*), e le forze trovate si notino.

II. Deesi trovare un terzo proporzionale dopo la somma delle tre forze notate, e della forza convergente mF, e si noti.

III. Trovisi un quarto proporzionale dopo la somma delle riferite tre forze, la somma delle due forze contrarie, ed opposte eF, nF, e la differenza di queste stesse forze, il quale quarto proporzionale si noti.

IV. Finalmente si estragga la radice quadra dalla somma de' quadrati de' riferiti, e notati due quarti proporzionali; moltiplicandosi questa per 3, si avrà la forza composta di eF, mF, nF, colla quale viene spinto il pilastro F. Usando la pratica, espressa nell' Avvert. I. Teor. V. secondo la natura degli archi, si avrà la diagonale del medesi-

(a) *Avvert.* 3. *Teor.* 5.

(b) *Avvert.* 4. *probl.* 11. *Cap.* 4.

desimo pilastro F, e trovando i lati 1, 2, e 2, 3 nella ragion della somma delle forze maggiori, e convergenti eF, mF, ovvero nF, mF, alla terza (*a*), si avranno i lati del rettangolo 1, 3, o sia la pianta del pilastro F, a poter resistere alla spinta delle tre forze, assignando il lato maggiore alla opposizion delle forze maggiori.

Esame del VIII. Caso.

Il pilastro E, potrebbe essere spinto da quattro forze eguali mE, dE, hE, iE. E' chiaro, che la sua grossezza è arbitraria, poichè tanto le due forze mE, hE, quanto le due iE, dE, si distruggono, per esser contrarie, ed opposte. Ma se le due iE, dE, sono eguali, e la terza hE, è maggiore della quarta mE, allora delle due prime non se ne terrà conto, e si proporzionerà la grossezza del pilastro E, coll' eccesso della forza hE, su di mE, ed in questo caso resterà arbitraria la grossezza, frapposta tra le due forze eguali, e quella, che si è trovata, sarà la grossezza tra le forze ineguali. Così ancora se le due hE, iE, sono eguali, e sono maggiori all' altre due dE, mE, anche eguali, si proporzionerà la grossezza del pilastro E, cogli eccessi delle forze hE, iE, su dell' altre, se saran due forze convergenti, come nel Caso IV.

Esame del IX. Caso.

Finalmente esser potrebbe il pilastro E, spinto dalle quattro forze iE, mE, dE, hE, ineguali tra loro, in questo caso si riducono le citate forze a due convergenti, con prender gli eccessi di due forze convergenti sulle rispettive ad esse contrarie, ed opposte, ed indi si userà la regola, espressa nel Caso IV.

In

(a) *Avvert.* 1. *Probl.* 6.

In tutt' i riferiti casi sempre s' intende, che gli archi, o gli archi uniti a' pesi soprapposti sieno in una medesima altezza; e se tali archi sieno di differenti altezze ne' pilastri, debbonsi trasportar nella stessa altezza di quelle, a cui si fa il rapporto, ed il suo valore, trasportato nella riferita altezza, sarà l' azion, che deesi porre a calcolo.

AVVERTIMENTO III.

Per compimento di questo Capitolo è da esaminarsi lo sforzo della Volta a botte, o arco contro il piede dritto formato a scarpa. Sia il trapezio ABCD, eguale al rettangolo aCDc, e questi si dovessero rovesciar verso AB; l' ippomoclio del trapezio sarà nel punto A, e quello del rettangolo sarà nel punto c; nel trapezio la distanza dall' ippomoclio A, alla direzion del centro di gravità sulla base AD, ponendo $AD = a$, $BC = b$, sarà $\frac{2a^2 + ab}{3a + 3b}$ (a).

Tav. VI. Fig. 69.

Per la natura del trapezio eguale al suo rettangolo della medesima altezza sarà $AD + BC = 2\,cD$, onde nel rettangolo aCDc, la distanza dall' ippomoclio c, alla direzion del suo centro di gravità sarà $\frac{a + b}{4}$ (b). Ma le azioni delle resistenze eguali operano nella ragion delle distanze dall' ippomoclio alle direzioni de' centri di gravità di esse: Dunque la resistenza del trapezio ABCD, sta alla resistenza del rettangolo aCDc, come

$$\frac{2a^2 + ab}{3a + 3b} : \frac{a + b}{4}$$

molt. per $a + b$

E e si avrà

(a) *Probl. 5. Cap. 4.*

(b) *Corol. 2. probl. 1. Cap. 1.*

si avrà $\frac{2a^2 + ab}{3} : \frac{(a+b)(a+b)}{4}$

ovvero come $4a(2a+b) : 3(a+b)(a+b)$, o sia nella ragion composta di quattro AD, a tre volte la somma di AD, e BC, e della somma della dupla AD, più BC, alla somma di AD + BC. Ma essendo l'antecedente di questa ragion maggiore del suo conseguente; sarà perciò il trapezio ABCD, più resistente del suo eguale rettangolo aCDc. Onde si deduce, che costruendosi il piede dritto a scarpa per sostener lo sforzo della Volta, si otterrà il medesimo effetto del piede dritto a perpendicolo con minor materiale.

AVVERTIMENTO IV.

Dovendosi costruire un piede dritto a scarpa per dover resistere allo sforzo di una volta a botte, fa di mestiere trovar prima il piede dritto a perpendicolo, il quale sia resistente allo sforzo suddetto, e ciò si esegue colle regole di sopra espresse. Suppongasi ora, che il piede dritto, resistente alla data potenza, sia il rettangolo aCDc, si costruisca il trapezio ABCD, eguale al detto rettangolo, dividendo la dupla base cD, nella data ragion della base, e cima, che si vuol nel parete a scarpa, e si avrà AD, e BC. Indi si trovi un quarto proporzionale dopo i tre termini, cioè il prodotto, di quattro volte la base AD, moltiplicata per la somma della dupla AD, più BC: il secondo termine sarà il prodotto, della tripla cD, moltiplicata per la somma di AD + BC; ed il terzo termine sarà la somma di $\frac{AD + BC}{2}$: questo quarto proporzionale sarà

dD, ch'è base del rettangolo bCDd, diminuito nella data ragione, espressa nell' Avvert. preced.. La dupla dD, dividasi nella medesima ragione, che si vuol la base, e la cima del piede dritto a scarpa, e così si avrà ED, FC,

del

del trapezio FCDE, che sarà il profilo del piede dritto a scarpa, resistente alla data potenza. Essendo adunque il rettangolo bCDd, minor del rettangolo aCDc, ed essendo il trapezio FCDE, eguale al rettangolo bCDd, sarà il riferito trapezio, resistente alla data potenza, e minor del rettangolo, egualmente resistente.

Esemp.. Sia la grossezza cD = 7, e la ragion della base alla cima del piede dritto a scarpa sia di 4 : 3, sarà AD = 8; BC = 6: il quarto proporzionale, enunciato di sopra, sarà 5. 84, ch'è eguale a dD; il duplo di esso 11. 68, diviso nella ragion medesima di 4 : 3, darà ED = 6. 67, e FC = 5. 01. Onde si vede, che un rettangolo, per fare equilibrio con una data potenza, esser dee di base cD = 7; laddove il trapezio FCDE, della medesima altezza, e della stessa resistenza, sarà di base ED = 6. 67; e di cima FC = 5. 01., il quale sarà molto minor del riferito rettangolo, è perciò di molto risparmio di materiali.

AVVERTIMENTO V.

Ne' fianchi delle volte a botte si soglion fare i finestroni, per dar lume all'edificio; questi privano di solidità i referiti siti delle volte, e perciò la coordinazion de' materiali si viene a perturbare, per le volte di diversa natura, che vi si ricacciano, per la costruzion de' finestroni. Queste volte chiamansi lunette; per costruirle con ordinata communicazion di moto, e non già con una perturbazion di azioni come usualmente si formano acuminate, è necessario farle, come la volta a botte fosse incontrata da un solido, che abbia per base la figura del finestrone. Questa intersezion de' riferiti solidi segnerà nella parte curva della volta a botte una figura simile al perimetro superior del finestrone; coordinandosi i componenti colla sguadra per sopra le forme, come si è detto nell' Avvert. IV. Teor II. Cap. V., verranno di una ordinata convergenza, e ciascun

di essi sarà di azione, e reazione. Essendo la volta a lunetta in ciascun finestrone della maniera descritta, di sforzo convergente a quella della volta a botte, il conato di entrambe prenderà la direzion diagonale del rettangolo delle forze componenti. In oltre mancando di solidità la volta a botte ne' luoghi, ove si formano i riferiti finestroni, e la volta della forma vacua inclinando la direzion de' sforzi, si diminuirà di molto il conato della volta a botte contro i piedi dritti. Da ciò si deduce, che una volta a botte co' finestroni ne' suoi fianchi diventa di sforzo minore di quella se fosse priva de' medesimi finestroni, e perciò i piedi dritti possono esser di minor grossezza, a proporzion de' finestroni, che vi si costruiscon relativamente alla lunghezza della volta, ovvero alla parte solida, che vi riman framezzata ad essi.

AVVERTIMENTO VI.

Dalle teorie esposte si deduce la maniera di costruir gli edificj, per la conservazion delle provisioni militari, a resistere a Colpi di bombe. Per la esecuzion di tali edificj deesi distinguer la volta, e' piedi dritti, e queste parti si debbono far di resistenza, superante a' Colpi de' riferiti bellici tormenti: In riguardo alla volta, debbasi proporzionar la sua grossezza al Colpo, che riceve di una bomba; di questa se ne sà il peso; se ne sà ancor l'angolo di elevazione, e per conseguenza la intera ascissa della parabola, che descrive; onde sarà cognita l'altezza della caduta di essa, e per le dottrine del moto, uniformemente accelerato, si saprà di quanto viene avanzata la gravità della bomba colla detta caduta: esser dee cognita ancor la forza, che acquista nel suo effetto, o sia nell' accension della polvere. Sicchè il peso della bomba, avanzato nella maniera espressa, sarà quello, che esser dovrebbe una Volta caricata nella sua cima, ch'è il luogo di minor resi-

resistenza in soffrir pesi: essendo adunque data la larghezza, e quella di ciascun componente nel suo strato, de' quali vien formata la Volta; la natura della Volta; ed il detto peso, se ne saprà la sua grossezza per lo Probl. II. ed Avvert. IV. di questo Capo, ad esser resistente al dato colpo.

Per determinar la grossezza de' piedi dritti di ostacolo non solo alla spinta della calcolata Volta, m' anche al colpo, che quella riceve, il quale vien communicato a' suddetti piedi dritti, è necessario che sia cognita la grossezza di una massima bomba; che communemente si forma. Indi si riduca il peso della bomba, avanzato come di sopra si è detto, in un solido de' medesimi materiali, di cui vien costrutta la volta, e di base eguale alla estension superficiale del componente, che chiude la volta nella cima. Poichè il colpo, che riceve la volta, è in un componente, dal quale si dirama negli altri, onde questo componente, che noi lo consideriamo nel vertice del profilo in vantaggio della resistenza, sarà gravato dal riferito solido di egual peso a quello della bomba, avanzato nella gravità del suo effetto. Ponendo adunque per potenza il profilo della volta, diminuito nella forza morta, unito a quello del profilo del riferito solido, che poggia sulla metà del componente, giacchè l' altra metà sforza dall' altra parte, colle regole di sopra esposte si proporzioneranno i piedi dritti di resistenza alla data volta, ed al colpo; che quella riceve.

Per ridurre il peso al solido della medesima natura della volta, basta dividere il riferito peso per quello di un palmo cubo della materia della data volta (*a*), ed il quoziente deesi dividere per la superficie superiore del componente della volta, l' altro quoziente sarà l' altezza del solido.

AV-

(a) *Tav. Cap. 5. lib. I.*

AVVERTIMENTO VII.

Il fortificar le piazze, e le Città dipende ancor dall' esposte teorie. Poichè la difesa di un luogo è un edificio di ostacolo a' tormenti bellici, ed in esso vi debbono esser gli offensori dell' inimico; perciò i pareti, che circondano un tal sito, debbonsi far resistenti a colpi del cannone. Due principali proprietà debbono aver tali pareti, l' una sarà di ricevere i colpi obbliquamente, e l' altra di esser resistenti ad essi. Il ricevere i colpi obbliqui diminuisce l'azion della percossa, poichè è dimostrato, che l' urto diretto è all' obbliquo, come il seno tutto al seno dell' angolo dell' incidenza. La resistenza poi deesi calcolar sulla percossa minorata nella sua obbliquità. Da ciò ne viene, che i pareti debbonsi disporre in Bastioni framezzati da Cortine, e dirigere gli angoli de' riferiti Bastioni verso il luogo dell' offesa; alle facce di essi deesi dar quella inclinazione a poter difendere le Cortine, e' fianchi poi debbono esser perpendicolari alle Cortine, acciò sieno di ostacolo alle suddette facce. Le Cortine debbono aver maggiore scarpa de' Bastioni, poichè questi ricevono la inclinazione orizzontale, per avere i colpi obbliqui, il che non può accader nella Cortina. Per aver dunque la grossezza di tali pareti è necessario saper il peso di una massima palla, che può tirare un cannone; da ciò si saprà la velocità, che quella acquista per l' elaterio della polvere, e per conseguenza di quanto viene aumentato il suo peso; questo si dee diminuir nel colpo obbliquo, il quale sarà lo sforzo, o sia potenza a rompere o rovesciare il parete di fortificazione. Per trovar le rispettive grossezze si usaran le regole di sopra espresse per la resistenza di essi.

Dalle medesime teorie finalmente dipende il calcolar le grossezze delle volte, e de' piedi dritti, se sopra di quelle vi si debba costruire una ripartizion di membri, ovvero dovessero sostener pesi, come fosse una conservazion di frumento, o magazino da riponervi provisioni. CA-

C A P. VI.

Della ſpinta della Volta a Gavetta.

A V V E R T I M E N T O I.

LA Volta a Gavetta è formata da porzion di figure curve, e da porzion di fignra piana, queſta è nel mezzo, e prende la figura ſimile all'edificio, che copre, e quelle terminano ne' piedi dritti. Dovendo tendere tutti i componenti delle Volte a' centri delle figure delle di lor generazioni, acciò ciaſcun componente ſia cuneo degli altri laterali, ed affinchè il moto, che ſi communica tra eſſi colle di lor gravità, abbiano un vicendevole oſtacolo per lo di loro equilibrio, ſi debbon formare le curve, che abbiano ſempre una medeſima natura; e ſieno di una ordinata communicazion di moto con quella della parte piana. Delle infinite curve, che la poſſono terminare, la ſeſta parte della periferia del cerchio è quella, ch' è più reſiſtente. La volta a Gavetta copre un edificio qnadrilatero, e poggia ſu' quattro pareti, che lo racchiudono; potendo eſſer la figura del medeſimo edificio così quadrata, come rettangola, perciò la coordinazion de' componenti ſi diſpone verſo i lati più lunghi nella porzion piana della detta volta. Sieno perciò i profili de' due pareti lunghi KB, RP; prendonſi nella larghezza BQ, i due punti E, G, egualmente diſtanti del punto medio S, e ſu di EG, ſi coſtruiſca il triangolo equilatero EFG. Si prolunghino i due lati FG, FE, indi ſi facciano centri i punti E, G, e ſi deſcrivano gli archi BD, QH, che faran ſeſte parti delle periferie, e ſi uniſca DH; la figura BDNHQ, ſarà il perimetro della volta a Gavetta nella ſua larghezza. I componenti ſi diſpongono, que' nella parte piana, che tendono nel vertice F, della maniera eſpreſſa nell' Avvert.

Tav. VI. Fig. 70.

vert. VIII. Teor. IV. Cap. V., e que' nella parte curva BD, HQ, verso i centri E, G; in questa maniera ciascuna pietra non potrà uscir dal suo sito. Per la coordinazion de' componenti in riguardo alla pratica, si osservi nella parte curva, ciocchè si è detto nell' Avvert. IV. Teor. II. Cap. V.

AVVERTIMENTO II.

Tav. VI. Fig. 71.

Sia ABCD, l'estension racchiusa da' quattro pareti, la quale sia coverta dalla volta a Gavetta, la parte piana della quale, sia abcd, e le parti curve sieno AadD, DdcC, CcbB, BbaA. Essendo i due lati AB, DC, maggiori dell'altri due AD, BC, si disporran le pietre dalla linea ad, fino alla bc, dirette a' riferiti tre punti nell' Avvert. preced., e che terminano su' lati AB, BC; le altre poi de' laterali AadD, BbcC, saran dirette su' centri della generazione degli archi. Le parti curve incontrandosi diagonalmente nella linea Aa, Bb, Cc, Dd, ne risulta, che le parti GH, EF, medie de' lati AB, DC, soffrono i massimi sforzi, per esser diretti i componenti su di esse: le parti medie IK, LM, degli altri due lati AD, BC, saran di medii sforzi, come quelle che soffrono la forza della sola parte curva, e gli estremi di essi lati AI, AG ec. saran di minimi sforzi, ricevendo la forza dalla porzion del curvo; e finalmente gli angoli A, B, C, D, non soffriranno alcuno sforzo. Da noi si esaminerà lo sforzo massimo, per proporzionar la grossezza de' piedi dritti, lasciando all' arbitrio de' professori la diminuzion nelle parti de' piedi dritti, dimostrate di minore sforzo, se la bisogna lo esigge.

CO-

COROLLARIO.

Dalla dimostrata graduazion dello sforzo ne nasce la diminuzion di grossezza, che si può far ne' piedi dritti. Poichè la parte media HG, è di sforzo maggiore, le porzioni AG, BH, son di minimo; e comecchè l'intera lunghezza AB, è di ostacolo a' detti sforzi; perciò compensando il massimo, ed il minimo se li può dare una minor grossezza della massima per ottenerne l'equilibrio. Molto minore può esser la grossezza del parete, corrispondente al lato AD, poichè riceve lo sforzo medio, e minimo, come si è dimostrato nell' Avvert. preced.

AVVERTIMENTO III.

Nella costruzion di tali Volte, tre casi diversi possono accadere. Il primo è quando il triangolo equilatero DFH, interseca la linea AP; il secondo è quando il vertice del medesimo triangolo si unisce nel punto S; il terzo finalmente è quando il vertice dello stesso triangolo DFH, è superiore alla linea BQ. In questo caso gli archi HQ, DB, si descriveranno co' centri G, E, ne' prolungamenti de' lati HF, DF. Per la formazion di una tale volta può esser data la larghezza BQ, e la ragion della medesima larghezza, alla larghezza DH, della volta piana, ed in questo caso deesi trovar la NS; e può esser data la larghezza BQ, e l' altezza NS, e deesi in quest' altro caso trovar la larghezza DH, della volta piana.

Tav. VI. Fig. 70.

Tav. VI. Fig. 72.

Tav. VI. Fig. 71.

Essendo data la larghezza BQ, o sia SQ, e la ragion di questa alla larghezza DH, o sia NH, della volta piana, che sia di m : n, per trovar l' altezza NS, deesi dividere SQ, in O, in guisa che

$$m : n = SQ : SO$$

poichè tirandosi la perpendicolare HO, sarà SO, eguale

 ad

ad NH. Eſſendo HO, perpendicolare nel triangolo equilatero GHQ, per la natura dell' arco HQ (*a*), ſi faccia come i due numeri coſtanti 500 : 433, così la GQ, ch' è il duplo eccesſo di SQ, ſu di SO, al quarto proporzionale, il quale ſarà HO (*b*), o ſia NS; ed il riferito duplo eccesſo ſarà GQ, luogo di un de' due centri per deſcriver la parte curva della volta.

Eſſendo data la larghezza BQ, o ſia SQ, e data l'altezza HS, per trovar la larghezza DH, o ſia NH, deeſi prima trovare GQ, ch' è il lato del triangolo equilatero GHQ, ed il luogo del centro della parte curva, e ciò ſi avrà, trovando un quarto proporzionale dopo i due num. coſtanti 433, 500, e la data altezza NS, o ſia HO, e ſi avrà GQ; dalla larghezza SQ, ſe ne tolga GQ, e ſi avrà SG; ed eſſendo GF, dupla di SG, ſi avrà la GF, alla quale unita la GQ, o ſia la GH, ſi avrà la HF, o ſia la ſua eguale DH. Facendoſi una tale operazione ſi avrà $NH = \frac{866\,SQ - 1500\,NS}{433}$. Sicchè dunque moltiplicandoſi la metà della larghezza BQ, per lo numero coſtante 866; e la data altezza NS, per lo numero coſtante 1500; e l'eccesſo del primo prodotto ſu del ſecondo, dividendoſi per lo numero coſtante 433, il quoziente ſarà NH. Si avrà poi la GQ, togliendone dalla SQ, la NH, e dell' eccesſo ſe ne prenda il duplo.

PRO-

(a) *Avvert.* 1.
(b) *Teor.* 4. *Cap.* 2. *Volt. ret.*

PROBLEMA.

Trovare una formola generale per aver la grossezza de' piedi dritti ne' luoghi de' massimi sforzi della Volta a Gavetta.

Sia IBDMHQR, un profilo di una Volta a Govetta della maniera di sopra, della quale sia data la larghezza BQ; la larghezza DH, della parte piana; l'altezza BI, del piede dritto; e la grossezza DC, o la sua metà DT. Deesi trovare una formola generale per aver la grossezza KI, del piede dritto, a fare ostacolo allo sforzo di essa. Tav. VI. Fig. 70.

Si prolunghi il lato FD, e si divida CD, in due parti nel punto T, e dal punto T, [illegible] te le pietre nella porzione MNDC, si communica il moto in ciascuna di esse, e nella porzion curva ABDC, la communicazione è anche rientrante in ciascuna di esse, perciò la media colla quale agisce lo sforzo sarà la riferita TL.

Sia DF $=$ DH $= a$; BS $= c$; BI $= b$; DT $= d$; e KI $=$ aB $= x$. Essendo EQ $=$ DH, per essere equilateri i triangoli BED, DFH, HGQ, sarà BE $=$ DE $= 2c - 2a$; ed aE $= x + 2c - 2a$; ed ET $= 2c - 2d + d = 2c - d$, ed essendo il triangolo ETc, simile al triangolo ESF, sarà Ec $=$ 2ET $= 4c - 4a + 2d$. In oltre ca $=$ cE $-$ aE $= 4c - 4a + 2d - x - 2c + 2a = 2c - 2a + 2d - x$; ed essendo il triangolo cab, simile al triangolo cET, sarà il triangolo cab, la metà di un triangolo equilatero, e perciò la perpendicolare ca, starà ad ab, ch'è metà del lato del triangolo medesimo, come 433, a 250 (a). Onde trovandosi un quar-

Ff 2 to

(a) Teor. 4. Cap. 2. Volt. ret.

to proporzionale dopo 433, 250, e ca, si avrà ab $=$ $1.14c + 1.14d - 1.14a - 0.57x$; e sarà Kb $= 1.14c + 1.14d - 1.14a - 0.57x + b$: ed essendo il triangolo KLb, simile al triangolo cab, perciò trovando un quarto proporzionale dopo 500, 433, e Kb, si avrà

$$KL = 0.99c + 0.99d - 0.99a - 0.49x + 0.86b$$

Pongasi la potenza ABDNMC $=$ P si avrà

$$xb \times \frac{x}{2} = P(0.99c + 0.99d - 0.99a - 0.49x + 0.86b \quad (a)$$

e trasportandosi l' incognite da una parte avremo

$$x^2 b + 0.98 xP = 1.98 P(c + d - a) + 1.72 Pb$$

divisa per b, sarà

$$x^2 + \frac{0.98 xP}{b} = \frac{1.98 P}{b}(c + d - a) + 1.72 P$$

[illegible] $(0.49 P)^2$ ed estrattane la radice qua[illegible]

$$x = \sqrt{\frac{1.98 P}{b}(c + d - a) + 1.72 P + \left(\frac{0.49 P}{b}\right)^2} - \frac{0.49 P}{b}.$$

Ciocchè doveasi trovare.

AVVERTIMENTO I.

Per avere adunque la grossezza KI, del piede dritto della data Volta, è necessario prima trovar la Potenza, e diminuirla nella forza morta. O quella consiste nella semplice volta, ovvero è caricata di altri pesi, nell' uno, e l' altro caso si calcola, come si è detto di sopra, e si riduce alla forza morta. Per avere il profilo ABDNM, ch'è il primo caso, deesi saper la media porzion di periferia tra AC, e BD; essendo dunque queste porzioni le seste parti delle periferie, e posto il raggio 1000, e la periferia 3141, sarà la sua sesta parte 523. 5; onde il raggio starà alla sesta parte della periferia, come 10000 : 5235; e perciò essendo cognito il raggio ET, si avrà la porzione

(a) *Corol.* 1. *Probl.* 1. *Cap.* 2.

ne media, trovando un quarto proporzionale, dopo i due numeri coſtanti 10000, 5235, ed il raggio TE, il quale moltiplicato per DC, ſi avrà ABDC, ed aggiuntovi il trapezio DNMC, ſi avrà la potenza, la quale ſi diminuirà nella forza morta (*a*). Indi deeſi...

I. Unir BS, ch'è la metà della larghezza, e la DT, ch'è la metà della groſſezza, e dalla ſomma deeſi toglier la larghezza DH, della porzione piana, ed il reſiduo ſi noti.

II. Troviſi un quarto proporzionale dopo l'altezza BI; il prodotto della potenza per lo numero coſtante 1. 98; ed il notato reſiduo; e ſi noti.

Tre caſi diverſi poſſono accadere in queſta operazione per le tre diverſe nature delle volte riferite di ſopra; il primo è quando la ſomma è [illegible]giore della larghezza [illegible] caſo il quarto proporzionale ſarà poſitivo. Il ſecondo è quando la notata ſomma nel n. I. ſi fà eguale a DH, ed in queſto caſo, il quarto proporzionale ſarà o. Il terzo finalmente è quando la riferita ſomma è minore di DH, ed il quarto proporzionale diventerà negativo.

III. Si moltiplichi la potenza per lo numero coſtante 1. 72, ed il prodotto ſi noti.

IV. Si moltiplichi la potenza per lo numero coſtante 0. 49, ed il prodotto ſi divida per l'altezza BI, ed il quoziente ſi moltiplichi per ſe ſteſſo, e ſi noti.

V. Si uniſca il quarto proporzionale, notato nel n. II; il prodotto, notato nel n. III., e quello, notato nel n. IV. e dalla ſomma ſe n'eſtragga la radice quadra, e ſi noti.

VI. Finalmente dalla detta radice, ſe ne tolga l'enunciato quoziente nel n. IV., e l'ecceſſo ſarà la groſſeza KI, del piede dritto.

Eſemp.. Sia BS = 10; DF = 16; BI = 20 DT = 1. 5; e ſia la potenza, diminuita nella forza morta P = 13. 3. Il reſiduo, notato nel num. I., ſarà negativo − 4. 5. Il quar-

(a) *Avvert. 4. probl. 11. Cap. 4.*

quarto proporzionale, notato nel n. II. farà ancor negativo — 5. 92. Il prodotto, riferito nel n. III. farà 22. 87. Il quoziente, espresso nel n. IV. farà o. 32, ed il prodotto, notato nel medesimo numero farà o. 1. La somma, enunciata nel n. V. farà 17. 05; e la sua radice si è 4. 13. E finalmente l'eccesso, espresso nel n. VI, o sia la grossezza KI, farà 3. 81, o sia pal. 3 once 9, e minuti 3.

AVVERTIMENTO II.

Essendo adunque i quadrati delle grossezze de' piedi dritti nella ragion composta delle dirette delle potenze, e delle distanze di esse dall' ippomoclio, e dell' inversa delle altezze de' piedi dritti (a), ed essendo la distanza dall' ippomoclio alla direzion della potenza, la perpendicolare KL, del triangolo equilatero; la ragion delle distanze potrà esser quella de' lati del medesimo triangolo, o sia della larghezza DH, della porzion piana, essendo i triangoli simili tra loro. Onde dall' esempio, esposto nell' Avvert. preced., se ne deduce la seguente.

PRATICA

Per trovar la grossezza de' piedi dritti della volta a Gavetta, che non eccedon l' imposta di essa.

I. DEesi trovar la potenza, come si è detto di sopra, e si diminuisca nella forza morta (*b*), e si noti.

II. Dopo i tre termini, cioè il prodotto dell' altezza del piede dritto di una data volta, per lo numero costante

(a) *Avvert.* 1. *Teor.* 5. *Cap.* 5.
(b) *Avvert.* 4. *probl.* 11. *Cap.* 4.

te 212. 8; il prodotto del numero coſtante 20. per la notata potenza nel n. I, e per la larghezza della porzion piana della volta; ed il terzo numero coſtante 14. 51, trovisi un quarto proporzionale; la radice quadra di eſſo ſarà la groſſezza del piede dritto di oſtacolo allo sforzo della volta.

AVVERTIMENTO III.

Eccedendo l'altezza KX, del piede dritto, all'impoſta della volta a Gavetta, il valor del piede dritto, o ſia la equazion di ſopra, ponendo KX $= e$, ſi convertirà in

$$x = \sqrt{\frac{1.98\,P}{e}(c+d-a) + \frac{1.72\,Pb}{e} + \left(\frac{0.49\,P}{e}\right)^2} - \frac{0.49\,P}{e}$$

e ponendo il valor di KX $= 40$; ſarà la groſſezza KI $=$ 2. 9; e da ciò ſe ne deduce la ſeguente.

PRATICA

Per trovar la groſſezza de' piedi dritti, ch' eccedon l'impoſta di una data Volta a Gavetta.

I. DEeſi trovar la potenza, come ſi è detto di ſopra, e ſi noti...

II. Dopo i tre termini, cioè il prodotto della intera altezza del piede dritto, per lo numero coſtante 212. 8; il prodotto del numero coſtante 40, per la potenza, notata nel n. I, e per la larghezza della porzion piana della volta; e finalmente il numero coſtante 8. 41., ſi trovi un quarto proporzionale, la radice quadra di eſſo, ſarà la groſſezza del piede dritto di oſtacolo allo sforzo della volta.

AV-

AVVERTIMENTO IV.

Facendosi vani ne' piedi dritti della descritta volta, deesi unir la solidità de' riferiti vani nella parte solida degli enunciati piedi dritti (a). Se poi all'opposto di un de' sforzi di detta volta, vi fosse una reazion di un'altra volta, se questa è eguale, il piede dritto sarà di arbitraria grossezza (b); se poi è ineguale allor la differenza dell'una su dell'altra azion si porrà a Calcolo (c). Finalmente tutti que' accidenti esaminati nella volta a botte avran luogo in questa a Gavetta.

CAP. VII.

Della spinta della volta a vela.

NE' Capitoli VI. VII. VIII. IX. della Voltimetria retta si son descritte le varie specie delle volte a vela, le quali si riducono alla covertura di un edificio o di pianta quadrata, o rettangola. In tutt' i casi per la coordinazion delle pietre in riguardo alla pratica, si osservi ciocchè si è detto nell' Avvert. IV. Teor. II. Cap. V.

AVVERTIMENTO I.

Dalla riferita coordinazion delle pietre, e dalla natura de' varj generi delle volte a vela, le suddette pietre tenderanno a due direzioni; una è quella verso i centri della generazion delle curve, che formano la suddetta volta, e l'altra è quella delle curve concentriche, che occupa-

(a) *Avvert.* 2. *Teor.* 5. *Cap.* 5.
(b) *Avvert.* 8. *probl.* 3. *Cap.* 5.
(c) *Avvert.* 6. *probl.* 3. *Cap.* 5.

cupano la pianta dell'edificio. Da ciò si deduce, che se la figura ABCD, pianta dell' edificio, è quadrata, le pietre nel perimetro saran convergenti in un sol punto, e gli archi AB, BC, CD, DA, che sostengono la volta, possono essere o semicircolari, o semiellittici. Se poi i suddetti archi son semiellittici, e la figura ABCD, è rettangola, le pietre tenderanno, ed a' centri delle curve, che la terminano, e alla concentricità.

Tav. VI. Fig. 71.

L'azion della prima pietra O, communicandosi nelle altre, e successivamente propagandosi nel perimetro EFGH; riceverà il suddetto perimetro l'impression' di tutte le pietre che compongon la volta, colla sola differenza, che ne' soli punti E, F, G, H, i laterali BC, CD, DA, AB, riceveranno i primi sforzi; e le parti EF, FG, GH, HE, seguiteranno a communicar le riferite impressioni fino a' punti C, D, A, B, per li rimanenti strati ef, gh, ab, cd, ne' triangoli mistilinei ECF, FDG, GAH, ed HBE, Sicchè la natura di queste volte; si è di sforzare gli angoli dell' incontro degli archi, che la sostengono, ed il minimo sforzo esser ne' punti di mezzo de' laterali.

AVVERTIMENTO II.

Facciasi la figura DKIL, simile ad ABCD, col prolungamento della diagonale BD; saran perciò le diagonali BD, DI, nella ragion non solo di AD : DK; ma di CD : DL. Sicchè considerandosi la semplice spinta della volta a vela FGHE, contro il piede dritto DKIL, senza quella degli archi AD, CD, contro il medesimo piede dritto, si avrà, che se la diagonale DI, del pilastro DKIL, è grossezza proporzionata a poter resistere alla spinta diagonale OD, della Volta, le fabbriche degli archi AD, CD, che son della grossezza de' lati DK, DL, del medesimo pilastro saran di ostacolo proporzionato alle forze GD, FD. Ma le forze de' componenti si propagano dal vertice

 (*a*) della

della volta; e si communicano dagli strati a strati concentrici fino al perimetro massimo EFGH, e le altre porzioni diagonali si distendono negli strati interrotti, che formano i triangoli mistilinei ECF, FDG, GAH, HBE; dunque essendo la grossezza DK, resistente alla forza GD, ch'è una delle forze componenti della diagonale OD, sarà l'arco, che si volta da D, in C, per la grossezza di DK, anche resistente alla forza OF, nel punto F, e così la DL, sarà resistente alla forza OG, nel punto G; le altre poi framezzate nelle porzioni FD, GD, andandosi avanzando, e le lunghezze DF, DG, diminuendosi, si faran le medesime grossezze proporzionali alle dette framezzate forze (*a*).

AVVERTIMENTO III.

Da ciocchè si è dimostrato rilevasi, che per dare al pilastro DKIL, una grossezza proporzionata a poter resistere allo sforzo di una volta a vela, deesi trovar la forza, che agisce per la diagonale OD, di quella figura della volta. Ciò si esegue calcolando la sezion diagonale della medesima volta, che sarà una figura arcata, la corda della quale sarà la diagonale BD; la metà di una tale figura sarà la potenza, che agisce nella direzione OD. Essendo cognita la potenza nella direzione OD, usando la medesima pratica, esposta nell'Avvert. I. Teor. V. Cap. V. secondo la natura dell'arco, si avrà la diagonale DI, del pilastro DKIL, i lati del quale dovranno essere proporzionali ad AD, e DC, (*b*) il quale pilastro sarà resistente allo sforzo della semplice volta a vela.

AV-

(a) *Teor.* 2. *Cap.* 3.
(b) *Avvert.* 1. *Probl.* 6. *Cap.* 5.

AVVERTIMENTO IV.

Su de' quattro pilastri, B, E, F, C, se vi sia eretta una volta a vela nel vuoto dmeb, la quale sia sostenuta da' quattro archi BE, EF, FC, CB; il pilastro C, sarà spinto non solo da' due semiarchi eC, bC, m'anche dalla quarta parte della volta dmeb. Poichè a' semiarchi eC, bC, se li communicherà parte della forza della porzion be, della volta, per esser le direzioni oblique nelle forze di essa; onde nell' incontro, parte se ne distrugge, e parte se gli communica a seconda delle direzioni di esse; le quali forze avran l'ostacolo della grossezza dell' arco, che per l' Avvert. II. sarà resistente ad essa. Sicchè dunque per aver la diagonale GH, del pilastro C, ovvero di qualunque altro pilastro spinto da altre direzioni, come si è esaminato ne' casi espressi nell' Avvert. II. probl. VI. Cap. V., deesi prima trovar la forza composta de' due semiarchi, come si è detto nell' esame del IV. e V. Caso del citato Avvert., e questa deesi unire alla semisezion diagonale della volta, ridotta alla forza morta, la somma di queste due forze sarà la potenza da porsi a calcolo, ed usando le medesime pratiche, riferite nell' Avvert. I. Teor. V. Cap. V., secondo la natura delle figure, che spingono, si avrà la diagonale del pilastro di ostacolo a dette spinte; e per avere i lati del pilastro si farà la regola, esposta nell' Avvert. I. Probl. VI. Cap. V.

Tav. VI. Fig. 68.

La regola espressa vale per le volte a vela, sostenute da quattro archi, se poi questa è racchiusa da' pareti, allor la potenza sarà la semplice semisezion diagonale di essa; il risultato sarà la diagonale dell' incontro de' due pareti, dalla quale saran regolate le grossezze di essi per esser resistenti allo sforzo della volta.

AVVERTIMENTO V.

I pilastri, che sono sforzati dalle descritte volte a vela ricevendo reazioni, saran le grossezze di essi diminuite nella ragion dell'opposizion delle forze; se queste sono eguali, si renderà la grossezza arbitraria; ed avrà luogo tuttociò, che si è dimostrato nella volta a botte.

CAP. VIII.

Della spinta della volta a Crociera.

DI due specie diverse son le volte a crociere, o col reguglio, o senza, come si è detto ne' Cap. X, XIII. della Voltimetria retta; queste coprono un edificio di pianta quadrata, o rettangola. Per la coordinazion delle pietre in riguardo alla pratica si osservi ciocchè si è detto nell' Avvert. IV. Teor. II. Cap. V.

AVVERTIMENTO I.

Generandosi le volte a crociere dall' intersecazion di due semecilindri, o due semisferoidi, come si è detto ne' citati Capitoli, ne segue, che le pietre nel primo caso debbon tendere a' centri della generazion di detti solidi, e nel secondo non solo a' riferiti centri, m' ancor debbono esser distinti a strati, vicendevolmente rientranti tra essi, che terminano i rispettivi solidi. Sia la figura ABCD, la estension di un edificio, coverto da una volta a crociera, le diagonali AC, BD, divideran la volta nelle sue quarte parti, ciascuna delle quali conterrà le porzioni de' solidi componenti, i triangoli BOC, COD, DOA, AOB, freneranno gli archi BC, bc, CD, cd &c. che sono i strati componenti di ciascun solido intersecato. Le forze di tutt'

Tav. VII. Fig. 74.

tutt' i semiarchi frenati dal triangolo BOC, incontrandosi con quelle de' semiarchi, frenati dal triangolo COD, agiranno per la diagonale OC, (a). Da ciò si deduce la differenza tra l'azion della volta a vela, e di quella a crociera; nella prima si propagano le forze egualmente nel perimetro dell' ultimo strato, nella seconda gl' incontri delle forze unite si dirigono nella diagonale; onde quella meno agisce di questa negli angoli.

AVVERTIMENTO II.

Distinguendosi le volte a crociere senza reguglio, e col reguglio, ne segue, che le prime non agiscon negli archi per lungo i lati BC, CD, essendo i vertici degli archi in queste porzioni nelle medesime orizzontali OF, OE; nelle seconde poi formando i luoghi de' vertici de' medesimi archi OF, OE, archi ellittici o circolari, questi nelle direzioni OF, OE, agirano contro gli archi situati per lungo i lati BC, CD, come sottoposti a tutti gli altri. Queste forze essendo le minime, giacchè le massime son nella diagonale OC, verran distrutte dagli archi, che se gli oppongono colla grossezza, che se gli darà ne' pilastri, da' quali son sostenuti (b). Poichè facendosi la figura IC, GK, simile alla estensione ABCD, e la diagonale CH, sia proporzionata alla opposizion della massima forza OC, saran perciò i lati IC, CG, e per conseguenza le grossezze degli archi proporzionati agli ostacoli delle forze OF, OE.

Questa volta a crociera col reguglio unisce sforzo agli archi, che la terminano; poichè dirigendosi obbliquamente su di essi, gli communicherà una forza obbliqua. Ma essendo la sezion verticale OF, la massima, e con- pro-

(a) *Avvert.* 3. *Teor.* 5. *Cap.* 5.
(b) *Avvert.* 2. *Cap.* 7.

progressione aritmetica diminuendosi fino al punto C, sarà il punto C zero della riferita progressione; Sicchè dunque lo sforzo della porzion FOG, della volta su della metà dell' arco FIC, sarà la metà della sezione, che passa per OF, posta nel vertice del medesimo arco, diminuita nella forza morta (*a*), e minorata nella incidenza obbliqua (*b*).

AVVERTIMENTO III.

Il pilastro IG, è spinto dall' arco per lungo il lato BC, da quello per lungo il lato DC, e dalla diagonale OC, della volta; le due forze componenti FC, EC, de' semiarchi, colla di loro convergenza si dirigon verso la medesima diagonale OC, prolungata (*c*). Onde il pilastro IG, sarà spinto per la direzione OC, colla forza composta de' due semiarchi FC, EC, e di quella della volta per la semidiagonale OC. Sicchè per trovar la diagonale CH, del pilastro IG, a fare ostacolo alle spinte degli archi che terminano la volta a crociera col reguglio, e ad essa, è necessario trovar la forza composta, che sarà la potenza. Le forze de' due semarchi FC, EC, si compongono, come si è detto nell' esame de' Casi IV, e V. Avvert. II. probl. VI. Cap. V., a' quali debbono essere uniti gli sforzi obbliqui delle porzioni di volte, che li poggiano, come si è detto nell' Avvert. preced., ed a questa forza composta vi si unisca la semisezion diagonale della volta, che sarà un arco, la corda del quale sarà la medesima diagonale AC, e le altre dimensioni saran quelle, che porta la medesima sezion nella data volta. Della somma di queste forze se ne prenderà la forza morta (*d*), e sarà la potenza, di essa come

(a) *Avvert.* 4. *probl.* 11. *Cap.* 4.
(b) *Teor. Cap.* 2.
(c) *Avvert.* 3. *Teor.* 5. *Cap.* 5.
(d) *Avvert.* 4. *probl.* 11. *Cap.* 4.

me fosse arco, si troverà la diagonale CH (*a*); ed indi i lati IC, IG, del rettangolo IG (*b*), che sarà la pianta del pilastro di ostacolo.

Se la volta è priva di reguglio, la potenza, che dovrà porsi a calcolo, sarà la semisezion diagonale della volta, ridotta alla forza morta, ed unita a' semplici sforzi de' due archi.

Se poi la volta a crociera è racchiusa da' pareti, la potenza sarà la semplice semisezion diagonale della volta, poichè, essendo priva di archi, l'azion sarà per la diagonale; il risultato sarà la diagonale dell' incontro de' pareti, dalla quale si avran le grossezze di essi.

CAP. IX.

Della volta a Cupola.

LA generazione delle varie specie di volta a Cupola si è esposta nel Cap. XIX. della Voltimetria retta, le quali posson coprire edificj di piante quadrate, rettangole, circolari, ed ellittiche; la coordinazion de' materiali in tutt' i generi di esse, in riguardo alla pratica costruzione, deesi osservar ciocchè si è esposto nell' Avvert. IV. Teor. II. Cap. V. Debbonsi in queste volte considerar le resistenze in rapporto a' se, e rispetto a' piedi dritti, che la sostengono: di esse prima n'esporremo le Teorie, e pratiche in riguardo alle di loro resistenze, ed indi n'esamineremo gli sforzi contro i piedi dritti.

AV-

(a) *Avvert, 1. Teor. 5. Cap. 5.*
(b) *Avvert. 1. probl. 6. Cap. 5.*

AVVERTIMENTO I.

Dalla disposizion de' componenti secondo la pratica, esposta nel citato Avvert., ne segue, che le pietre ne' strati orizzontali, allorchè la pianta è circolare, tenderanno al centro O, n. 1; e s'è ellittica saran convergenti ne' tre centri G, I, H, n. 2, come si osserva nelle figure; e della medesima maniera accade nelle sezioni verticali.

Tav. VII. Fig. 75.

AVVERTIMENTO II.

Il gattone ABCD, sostenuto negli estremi A, D, e gravato di un peso nel mezzo EF, sarebbe egualmente resistente, se fosse diminuito nella metà GF; poichè le resistenze di esso si ripetono dalle grossezze estreme AB, DC *(a)*, ed essendo queste eguali in entrambi i casi, egualmente saran resistenti i gattoni. Il contrario avviene nel sostenersi essi stessi, poichè si diminuiscono nel loro proprio peso nel mezzo di tanto, quanto è la figura diminuita DGCE; Sicchè dunque un gattone, diminuito nel mezzo, è più resistente a sostenersi dal suo proprio peso, di quello che sarebbe, se quello fosse egualmente lungo; ed all' incontro egualmente saran resistenti in sostener pesi i due gattoni delle medesime condizioni. Ma come i gattoni hanno il di loro rapporto agli archi, a' quali essi son corde *(b)*; con una sola differenza, che se la diminuzion giugne fino a' luoghi delle rotture, si vengono a diminuir di resistenza, perchè si diminuisce il braccio della resistenza; dunque gli archi, diminuiti ne' di loro vertici, saran più resistenti a sostenersi, gravati dal di loro assoluto peso, ed egualmente

Tav. VII. Fig. 76.

te

(a) *Teor. 1. Cap. 3.*
(b) *Avvert. probl. 8. Cap. 3.*

tè faran resistenti in sostener pesi, se que' non son diminuiti ne' medesimi luoghi di rotture.

AVVERTIMENTO III.

Essendo la volta a cupola un arco continuato nel perimetro della sua base; l' azion de' primi componenti, situati nel vertice di essa, communicandosi in que' degli strati susseguenti, e la composizion di essi negli altri, perciò si espanderà la forza egualmente nel perimetro della base. Sicchè qualunque sezion verticale in rapporto alla sua resistenza si riguarderà come un arco colla sola differenza, che le fratture negli archi deboli si faran ne' cinque luoghi, notati nell' Avvert. Probl. VIII. Cap. III; nelle volte a cupola all' incontro le fratture si faran verticali. Poichè essendo la volta a cupola un corpo rotondo non si possono separar gli strati orizzontali, se prima le sezioni orizzontali non si facciano maggiori; appunto come se una botte fosse gravata da un peso da non potersi soffrir dalle striscie, che le formano la sua rotondità; prima si distaccarebbero tra esse, per formar le sezioni orizzontali maggiori, ed indi si spezzarebbero. Facendosi ne' vertici delle cupole i lanternini, o altri finimenti solidi, questi, gravitando sopra di esse, debbono essere perciò di una determinata grossezza a poterne soffrire i detti pesi; per trovar una simile grossezza, si usaran le regole, esposte negli Avvert. II., e III. Teor. VI, Cap. III, secondo la natura di tali volte.

AVVERTIMENTO IV.

Nelle volte a cupola si soglion fare i finestroni nel di loro giro; in questi casi mancandole robustezza ne' luoghi di resistenza, perciò la solidità di tali finestroni dovrà crescersi nella fabbrica laterale ad essi, come si è detto nel-

 la

la volta a botte (*a*). Poichè la parte soprapposta a' detti finestroni gravita nelle fabbriche laterali ad essi.

AVVERTIMENTO V.

Le volte a cupola vengon per lo più situate sopra i tamburri, che son quelle fabbriche cilindriche cilindre cave della medesima figura delle basi di esse. E conecchè la forza di tutt' i componenti si propaga nel perimetro della base della cupola (*b*), così ciascun punto nel perimetro del tamburro sarà sforzato da egual potenza: Onde la sezione BEFC, sarà potenza; la sezione MCFN, del tamburro AM, sarà la resistenza ad essa; l' ippomoclio sarà il punto N; la distanza da questo alla direzion della potenza sarà NQ; giacchè la retta GK, segna nel perimetro BLC, il luogo della minima resistenza (*c*); e finalmente la metà di MN, sarà la distanza dall' ippomoclio alla direzion della resistenza. Essendo i quadrati delle grossezze de' piedi dritti nelle volte imperfette nella ragion composta delle dirette delle potenze, e delle di loro distanze dall' ippomoclio, e della inversa dell' altezza de' piedi dritti (*d*): Onde per aver la riferita grossezza deesi trovar la distanza dall' ippomoclio alla direzion della potenza. Si prolunghino i lati GF, verso R; NF, verso S; sarà il triangolo NSQ, simile al triangolo SFR; e simile a GRP, ovvero a GCT (*e*); onde in vece della ragion di NQ, distanza dall' ippomoclio alla direzion della potenza, se le potrà sostituir la sua corrispondente CT. Sicchè per trovar la grossezza del tamburro a soffrir lo sforzo della cupola, caricata dal peso del

Tav VII. Fig 75 n. 2.

suo

(a) *Avvert.* 2. *Teor.* 5. *Cap.* 5.
(b) *Avvert.* 3.
(c) *Corol. Teor.* 3. *Cap.* 5.
(d) *Prat.* 3. *Avvert.* 1. *Teor.* 5. *Cap.* 5.
(e) *Teor.* 4., e *Avv.* 1. *Cap.* 5.

ſuo finimento, deeſi trovar la CT; eſſendo dato il diametro AC, della baſe, e l'altezza OB, e la ſutteſa BC, la quale ſi avrà eſtraendo la radice quadra della ſomma de' quadrati di OC, OB; ed indi ſi avrà la CT, come ſi è detto nell' Avvert. II. Teor. IV. Cap. V.

AVVERTIMENTO VI.

Per avere adunque la groſſezza del tamburro a poter ſoffrir lo sforzo della Cupola deeſi prima trovar la potenza, la qual' è la ſuperficie della ſezion BLCFKE, e ad eſſa deeſi aggiungere il profilo del finimento O, con diminuirla, ed avanzarla nella ragion delle denſità delle materie, ſe ſon diverſe da quelle del tamburro (*a*): queſta potenza deeſi diminuir nella ſua forza morta (*b*); ed indi deeſi...

I. Trovar la CT, come ſi è detto nell' Avvert. preced., e ſi noti.

II. Dopo il prodotto del nomero coſtante 66. 2. per la data altezza del piede dritto; il prodotto del numero coſtante 30, per la potenza riferita di ſopra, e per lo valor di CT, notato nel n. I.; ed il numero coſtante 32. 83, trovifi un quarto proporzionale, la radice quadra del quale ſarà la groſſezza del tamburro (*c*).

AVVERTIMENTO VII.

Ne' tamburri ſi ſogliono ancor laſciar de' fineſtroni per dar lume a dette volte, onde per la medeſima ragione, eſpreſſa nell' Avvert. IV. debbonſi creſcere in ſolidi-

 tà

(a) *Avvert.* 2. *probl.* 2. *Cap.* 5.
(b) *Avvert.* 4. *probl.* 11. *Cap.* 4.
(c) *Prat.* 3. *Avver.* 1. *Teor.* 5. *Cap.* 5.

tà le fabbriche de' detti piedi dritti, o sia del riferito tamburro, nella ragion de' fineſtroni, che vi ſi coſtruiſcono.

Delle ſezioni verticali nelle cupole di piante ellittiche eſſendo maggiori quelle, che paſſano per l'aſſe maggiore, di quelle, che paſſano per l'aſſe minore, perciò le groſſezze, non ſolo della volta, ma del tamburro, debbono eſſer maggiori ne' punti eſtremi dell'aſſe maggiore, che quelle nell'aſſe minore. Le parti framezzate debbon gradatamente minorarſi dall'aſſe maggiore al minore, che vale lo ſteſſo di formare un'altro perimetro di elliſſe, che freni le determinate groſſezze; l'aſſi conjugati di queſta elliſſe saranno i medeſimi di quelli della baſe aumentati delle due groſſezze corriſpondenti. Nel caſo poi ſi voleſſe fare una eguale groſſezza, queſta deeſi determinar nel maſſimo sforzo, cioè nella ſezione, che paſſa per l'aſſe maggiore.

AVVERTIMENTO VIII.

Reſta ora a conſiderar le volte a Cupola poggiate ſu de' quattro pilaſtri, che la ſoſtengono. Sieno le piante de' quattro pilaſtri A, B, C, D, ſu de' quali vi ſieno gli archi AB, BC, CD, DA, e ſopra di eſſi vi ſia eretto il tamburro, la pianta del quale ſia EFGH, ed indi la Cupola col ſuo finimento. Il tamburro, e la Cupola ſaran poggiati ſopra i deſcritti quattro archi, e ſopra le feſcine bc, mn, gh, op, che ſon quelle fabbriche a lunule framezzate a detti archi, la generazion delle quali ſi è deſcritta nella Voltimetria retta. Ciaſcun de' quattro archi colla ſua faſcina corriſpondente è gravato dalla quarta parte del tamburro, e cupola; onde i due ſemiarchi EB, FB, uniti alla feſcina cb, ſaran gravati dalla quarta parte de' medeſimi peſi. Ma i due ſemiarchi EB, FB, ſpingono il pilaſtro B, nella direzion della diagonale Oa (a); la feſcina

Tav. VII. Fig. 75. n. 1.

(a) *Avvert. 3. Teor. 5. Cap. 5.*

na cb, per la ſua natura, come ſi è detto di ſopra, ancora ſpinge il pilaſtro B, nella medeſima direzion diagonale ba. Onde queſti ſemiarchi, e feſcina, gravati dalla quarta parte de' peſi ſoprappoſti, ſpingeranno il pilaſtro B, nella direzion diagonale ba. Sicchè dunque, uſando la regola eſpreſſa nell' eſame del IV. e V. Caſo, Avvert. II. probl. VI. Cap. V., e ponendo per potenza il profilo del ſemiarco EB, diminuito nella forza morta, e la ſuperficie eſterna dell' ottava parte del tamburro, cupola, e finimento, che corriſponde nel perimetro EI, come peſi ſoprappoſti al ſemiarco ſuddetto, dedottine i fineſtroni corriſpondenti a detta parte, queſta come potenza deeſi avanzar, o diminuire a proporzion delle denſità de' diverſi materiali (a). Una tal potenza così ridotta, ed unita alla ſezione verticale nella diagonale della feſcina, e propriamente a quella, che paſſa per cb, agirà per la diagonale hb, onde uſando una delle regole pratiche, eſpoſte nell' Avvert. I. Teor. V. Cap. V. ſecondo la natura degli archi AB, BC., ſi avrà la diagonale ba, della pianta del pilaſtro B, la quale ſarà ſimile alla figura hobn, e ſarà di oſtacolo allo ſforzo non ſolo degli archi, ma del tamburro, cupola, e finimento.

AVVERTIMENTO IX.

Eſſendo la pianta della cupola un elliſſe, i quattro pilaſtri A, B, C, D, formeranno altrittanti rettangoli, e perciò ſi eſeguirà colla potenza, ridotta come ſopra, la regola eſpoſta nell' eſame del Caſo V. Avvert. II. probl. VI. Cap. V., come ancor ſi eſeguiran le altre pratiche, eſpoſte nel citato Avvert., allorchè i pilaſtri A, B, C, D, ſon reſpinti da altre forze, come vien diſtintamente eſpoſto negli altri Caſi del riferito Avvert.

AV-

(a) *Avvert. 2. probl. 3. Cap. 5.*

AVVERTIMENTO X.

Per compimento di questo Capitolo, resta ad esaminarsi la forza delle volte poliedriche, delle quali se ne soglion formare ancor le Cupole. La generazion di tali volte si è esposta nella Voltimètria retta, e la coordinazion de' materiali in riguardo alla pratica si osservi ciocchè si è esposto nell' Avvert. IV. Teor. II. Cap. V.. Sia il quadrilatero rettangolo ABCD, la estension di un edificio, coverto da una simile volta, si tirino le diagonali AC, BD, queste determineran l'incontro delle sezioni verticali della medesima Volta, nelle quali verran disposti i materiali, come si vede segnato in figura. Onde, essendo OG, OH, OE, OF, le perpendicolari su de' lati BC, CD, DA, AB, de' triangoli BOC, COD, DOA, AOB, e diminuendosi verso gli angoli B, C, D, A, ne segue, che in queste volte poliedriche i massimi sforzi son ne' punti G, H, E, F, che son la metà de' lati, su de' quali poggiano, e si diminuiscono verso gli angoli; in guisa che ne' medesimi angoli B, C, D, A, non vi sarà alcuno sforzo. Essendo il triangolo BOC, la metà del rettangolo, che ha la medesima base, ed altezza di esso, così la parte della volta poliedrica, corrispondente al triangolo BOC, sarà la metà di quella parte di volta a botte, che poggiarebbe sul medesimo laterale. Ed ecco come la volta poliedrica si è ridotta a volta a botte delle medesime dimensioni di una parte di quelle, che poggia su di un lato, colla sola differenza, che la potenza, la quale si pone a calcolo, esser dee la metà di quella della Volta a botte, e si esegue la pratica, esposta nell' Avvert. I. Teor. V. Cap. V. secondo la natura della Volta.

Tav. VII. Fig. 77.

CA-

C A P. X.

Dell' origini delle lesioni.

ESposte le Teorie, che han riguardato la stabilità, e fermezza degli Edificj, è facile ora d' investigar le origini delle lesioni, che sogliono accadere in essi. Per ora si esporran quelle lesioni, cagionate dal dissequilibro delle parti dell' edificio, trattate in questa opera, riserbandoci di analizar le altre, che avran le origini della elasticità delle contignazioni, delle volte scalene, e l' altre cause, quando se ne dimostreran le proprietà di esse nel di loro equilibrio, le quali forman l' obbietto della seconda parte della statica degli edificj, come si è detto nella prefazione. Si son ridotte al numero di sei le principali cagioni che producano le lesioni di qualunque edificio, le quali si rapportano, e si esaminano secondo la maggiore loro urgenza.

I. La mancanza del pedamento.

II. Lo scuotimento.

III. L' eccessivo peso soprapposto.

IV. La cattiva costruttura, ed antichità.

V. Il rassetto dell' edificio.

VI. L' aspetto maggiore, o minore dell' edificio a quello del Sole.

Le prime forman l' inclinazion dello edificio, ed il trasporto presso di esso di altre parti a seconda delle mancancanze, ed ostacoli adjacenti. Le seconde partoriscono una separazion regolare di parti. Le terze generano le lesioni irregolari nel perimetro delle forme vacue. Le quarte formano il curvamento, e sfacelo degli edificj. E finalmente per le quinte, e seste cagioni sogliono apparir negli edificj dell' esilissime lesioni: Di tutte queste n' esaminaremo gli accidenti partitamente, oltre di quelle, che avvengon per

la

la deficienza delle grossezze in sostener pesi, essendo state esaminate nel corso di quest' opera.

Esame delle prime Cagioni.

I pedamenti son le basi degli edificj; questi debbono essere assicurati sopra di una terra stabile, la quale non riceva alterazione alcuna dalla pression del medesimo edificio (a). Varj luoghi si posson considerar ne' fondamenti di un edificio privi di questa condizione; o per la natural disposizion della terra, o per l'acqua, che vi s' introduce, per cui si viene a comprimer la terra, o per mancanza di arte avvenuta. Delle tre cause quella dell' acqua potrebbe produrre le lesioni determinate senz' alcun moto perenne; poichè coll' acqua introdotta potrebbe giunger la terra sottoposta ad una massima compressione, per cui non riceverebbe altra alterazione, e le lesioni prodotte restaran della medesima maniera della prima impressione. Se una delle tre mancanze trovisi in una parte media alla lunghezza di un parete, deesi distinguere, se il parete è cieco, ovvero in esso vi son delle forme vacue. Nel primo caso formando la lunghezza totale del parete un gattone, poggiato negli estremi in due luoghi stabili, giacchè per ipotesi la parte media è priva di ostacoli; essendo quello, gravato dal suo assoluto peso, si dovrà spezzar ne' due luoghi, ov' è poggiato (b). Ed essendo il gattone un aggregato di varj componenti, ciascun de' quali agisce con forza morta al suo soppposto; le parti prossime alla terra saran le prime a distaccarsi, come le più gravate, e prive di reazione, e successivamente le une sopra l' altre per gli ostacoli, che progressivamente se gli tolgano. Da ciò ne segue, che le lesioni apparisscono in se stesse divergenti nelle parti infime

(a) *Cap. 6. lib. 1.*
(b) *Avvert. 2. probl. 3. Cap. 3.*

me del parete, e convergenti tra loro al di sopra. Non saranno in un medesimo tempo generate, ma prima si vedran picciole lesioni nelle parti infime del parete, ed a proporzione, che queste diventan maggiori, appariranno delle altre nelle parti più superiori fino a tutta la sua altezza, irregolarmente disposte a seconda delle resistenze, e debolezze, che s' incontrano, come si osserva nel parete EH; ove la parte media AB, sia priva di ostacolo, e sien le parti estreme GA, BH, poggiate su de' luoghi stabili, le lesioni saranno AC, BD, divergenti in A, e B, e convergenti in C, e D, sì in lor medesime, come in entrambe. Incontrando parti deboli ne' loro intervalli si dirameranno in I, e K, a proporzion delle coesioni de' componenti. Dopo essersi generate tali lesioni, ne appariran due altre in F, ed E (*a*), per la gravità delle parti DF, CE, e queste saranno convergenti verso il piano della terra. Il secondo caso è quando nel parete ABEF, vi sien le forme vacue M, N, O, P, e' due estremi AD, BC, poggiassero su de' luoghi stabili, e la parte media G, fosse priva di resistenza, allor considerandosi anche il detto parete come il riferito gattone, le lesioni nel primo piano appariran ne' luoghi a, b, divergenti in questi punti. Poichè, cedendo il pilastro G, si dovran le parti superiori ad ae, mb, le metà delle quali gravitano su del medesimo pilastro G (*b*), distaccar ne' punti a, b, e per la ragion di sopra saran divergenti in detti punti, e convergenti tra loro. Prendendo diverse figure le forme vacue M, N, per le lesioni generate in a, b, nelle altre forme vacue, P, O, primacchè le prime lesioni giungano in esse, se ne genereranno delle altre in d, c, nel prolungamento delle direzioni delle prime, e simili ad esse; e così in tutte le altre superiori, le lesioni dovran tra loro es-

Tav. VII. Fig. 78.

Tav. VII. Fig. 79.

 ser

(a) *Avvert. probl.* 8. *Cap.* 3.
(b) *Corol. Avvert.* 8. *probl.* 3. *Cap.* 5.

ser convergenti in su. Giunte che son tali lesioni nelle parti superiori dell'edificio, per la medesima ragione, espressa di sopra, appariranno al contrario le altre lesioni ne' luoghi F, E, della medesima condizion delle riferite nel primo Caso, secondo le circostanze che concorrono, la situazion delle forme vacue, l'altezza dell'edificio, la larghezza di esso, e la qualità de' componenti.

In questi casi l'edificio non prende alcuna inclinazione, poichè le parti, temporaneamente separandosi, si uniscono le une sopra l'altre. Essendo la mancanza nel solo punto D, ed il vano M, fosse arcato, la lesione a, sarà da sopra l'imposta di esso; poichè essendo di ostacolo la fabbrica adjacente all'arco, non potendo agire quello, agirà il piede dritto colla sua gravità; e perciò si distaccherà da sopra l'imposta, luogo nel quale agiscon le pietre obbliguamente, e porterà con se que' componenti, che agiscon verticalmente su di esso. Tali lesioni ancor si propagheranno in su per l'azion morta de' componenti della fabbrica.

L'altra cagione, per la quale un edificio per mancanza del pedamento si lesiona, è quando si trova situato in angolo, e sotto di esso vi fosse una tale mancanza, come nell'angolo A. Ed in questo caso anch'è da distinguersi, o l'edificio negli altri due lati è unito ad altri, contemporaneamente costrutti, ovvero è in epoca diversa formato. In entrambi i casi, formando i due pareti AE, AC, due gattoni fermati negli edificj uniti, o al medesimo edificio, que' gravati dal di loro proprio ed assoluto peso si dovranno spezzar ne' luoghi E, C, ed in tali siti le lesioni saran divergenti, e verticalmente convergenti verso il pian terreno. Rattrovandosi i due pareti forniti di forme vacue, e communicandosi in essi un moto diagonale, si dovranno indi generar nelle riferite forme vacue le lesioni a, b, c, di minore inclinazion delle altre tre, d, e, f, degli altri vani più remoti al cantone AB; le altre poi g, h, i, saran di tali inclinazioni, secondo la distanza

Tav. VIII. Fig. 80.

dal

dal medesimo cantone a proporzion delle riferite: tal' inclinazioni si prenderan nel Caso, che la coesion delle parti è di una medesima natura, poichè, se son diverse, si dirigeran le lesioni a seconda delle parti deboli. Queste lesioni saran divergenti ne' notati punti, e termineran nel corpo della fabbrica, poichè per lo riferito moto communicato a detti pareti, dovendo ciascuna forma vacua mutar la sua figura, e gravitando le parti, che sono in coesione nel cantone AB, dovranno spezzarsi gli archi di esse nelle parti opposte all' enunciato cantone, e perciò i primi luoghi da lesionarsi saranno i notati. Se le forme vacue sono archi curvi, le lesioni appariran ne' luoghi, notati nell' Avvert. probl. VIII., ed Avvert. IV. Teor. VI. Cap. III. nelle parti opposte a quelle verso il cantone. La distinzion dell' epoca diversa della struttura degli edificj accosto a quello, che riceve la mancanza, arreca mutazion nelle sole lesioni verticali. Poichè se l' estension de' due pareti AC, AE, dell' edificio in angolo sia in rapporto alla mancanza nel luogo A, di lunghezza tale, che i luoghi stabili si trovino più prossimi al centro di moto A, allor le lesioni verticali E, C, si faran nel medesimo edificio, e se ne genereranno delle altre nelle unioni degli edificj uniti, sì per lo moto, che si communica all' altra parte nel distaccamento, come per la ragione, che si esporrà nell' esame del rassetto. Essendo poi l' edificio di mancanza di picciola estensione, si lesioneranno verticalmente, e convergenti in giù i luoghi della unione con quelli uniti, e per lo medesimo moto, che communica agli altri, da' quali si distacca, si genereranno delle altre lesioni di simile natura ne' luoghi deboli degli edificj, che lo attaccano, e propriamente nelle forme vacue. Le altre lesioni, che appariran ne' luoghi interni degli edificj, tenderan nel centro di moto A, con quelle direzioni divergenti, secondo la disposizion de' partimenti, e forme vacue, che vi s' incontrano. Altre irregolari lesioni posson generarsi ne' luoghi deboli degli edificj,

ficj per lo trasporto, che farà la parte distaccata dal tutto, ed a proporzion delle debolezze, ed ostacoli adjacenti, che s' incontrono. In questo caso i pareti esterni riceveranno inclinazione, a seconda del moto ricevuto; e nell' angolo vi si osserverà la massima; la inclinazione in questo luogo farà quant' è la divergenza, non solo delle lesioni verticali, m' ancor delle lesioni inclinate, generate nelle forme vacue; poichè la somma delle di loro larghezze farà lo spazio descritto.

Si può inclinare un cantone di un edificio per la sua debolezza (*a*), ed in questo caso si porterà con se le parti prossime, e perciò si lesioneran le parti deboli, o sien le forme vacue.

Nell' Avvert. II. Probl. XII. Cap. IV. si è data la maniera di calcolare il tempo della caduta di un parete lesionato colla misura della inclinazion di esso. Le lesioni, che producono un simile effetto, possono avere una causa perenne di lento moto; ed in questo caso si rendono ineseguibili con esattezza le dimensioni, espresse nel citato Avvert. per averne la soluzion del proposto in esso. Accadendo adunque tali lesioni, originate da lente cause, come queste compariscono divergenti ne' luoghi espressi, e dimostrati, e terminano convergenti nel corpo del parete, così inclinandosi per le dette perenni cause si prolungheran le lesioni, e perciò si divergeranno ne' luoghi proprj. Onde per aver le dimensioni, notate ne' due esperimenti proposti nel mentovato Avvert., deesi segnare il punto del termine della lesione, la sua lunghezza, e la divergenza, per primo esperimento, ed indi il tempo framezzato tra la prima, e seconda osservazione, ed in questa deesi notar l'intera lunghezza, aumentata della medesima lesione. Trovisi in seguela un quarto proporzionale, dopo la prima lunghezza della lesione, quella del secondo esperimento, e la divergenza, con esso si avrà

(a) *Avvert.* 3. *probl.* 11. *Cap.* 4.

avrà la divergenza aumentata: questa sarà di avanzo alla base EA. La ipotenusa AB, essendo costante, si avrà la EB, con prendere il difetto de' quadrati della medesima EA, semplice, ed aumentata, e questo si debb' aggiungere al quadrato di EB, dalla somma estraendosene la radice si farà cognita la EB. Essendosi adunque conosciute con quest' altra operazione le dimensioni di quell' estensioni, che concorrono alla soluzion del problema, facendo le medesime operazioni, descritte nel citato Avvert., si avrà il tempo della caduta dell' edificio.

Tav. I. Fig. 8.

Sicchè dunque le mancanze, framezzate alle parti di un edificio, generano le lesioni divergenti in giù, e convergenti verso sopra; ed al contrario le mancanze nelle parti estreme di un edificio partoriscon le lesioni divergenti sopra. Essendo gli effetti proporzionali alle cause, se queste sono istantanee, saran di repente gli effetti; Onde, se le lesioni appariscono all' istante, violenta ha dovuto esser la causa.

Esame delle seconde Cagioni.

Ogni corpo, ch' è urtato da un altro, riceve una impressione, ed il moto si distribuisce nelle parti componenti di esso; se il colpo può superar la coesion delle parti, si romperà. Se un tal corpo è eterogeneo, ed il colpo non avrà vaglia di separar le parti più dense, distaccherà da queste le parti di minor densità. Si ripete l' impressione, che riceve il corpo da un altro, dalla quantità di materia del corpo incidente, e dalla velocità impressali, se quello cade, acquisterà la velocità uniformemente accelerata, come vien dimostrato nella terza legge del moto uniforme. Da ciò ne segue, che se un edificio, o per la sua mala struttura, o per altre cause, cade su di un altro, lo lesiona nelle parti ove supera la coesion de' componenti, e perciò le lesioni saran regolari, poichè, ricevendo la maggior forza nel luogo del colpo, in questo punto si fenderà. Communican-

candosi poi il moto in tutte le parti che compongon l'edificio, un tal moto si propagherà, e, trovando le parti deboli, le distaccherà; perchè essendo il moto maggior nelle parti più vicine all'impression ricevuta, e minor nelle parti più remote, acquistando maggior velocità le prime, che le seconde, si distaccherann tra loro, essendovi le parti deboli framezzate. Se tali lesioni si farciranno, ne compariran delle altre nel medesimo sito per le ragioni, che si diran nell' esame del rassetto. Per altre cagioni di scuotimento vengon generate le lesioni in un edificio, e queste saran per lo moto, che gli vien communicato dalla demolizion di un altro edificio unito, e queste saranno a proporzion delle parti deboli, che s' incontrono, e delle forze, che s' imprimono per la riferita demolizione.

Esame delle terze Cagioni.

Qualunque corpo, che giace su di un altro, lo preme, questa pressione è chiamata gravità, e si distingue dal peso: poichè la prima è la forza di scender verso terra, ed il secondo è l' effetto, prodotto dalla medesima in una determinata massa. Si distingue la forza di un corpo in morta, e viva: quella è lo sforzo di un corpo, ch' è riagito, onde opera colla sola gravità; questa và unita col moto attuale. La prima, incontrando ostacolo, non descrive alcuno spazio, e la seconda tre effetti diversi produce, *Resistenza* superata, *Velocità* prodotta, *Spazio* descritto. Della forza morta si è trattata nella presente opera, e deesi desiderar in tutte le costruzioni di edificj, della forza viva, come cagion della ruina di un edificio, deesi evitare: la norma dunque, che si dovrà dare, si è, che dagli effetti, prodotti da una forza operante, se ne debbon conoscer le cause.

Un arco, essendo gravato nel suo vertice, e la coesion di esso sia superata dal suddetto peso, si lesionerà nelle sue

quar-

quarte parti (*a*), ed al contrario, se è gravato ne' suoi fianchi, si lesionerà nelli ultimi elementi del peso soprapposto, che saranno i luoghi adjacenti al suo vertice, come dal probl. II., ed Avvert. II. Cap. V. Poggiando l' arco su di un piede dritto, quello colla sua gravità lo sforza, non essendo di grossezza a poter resistere l' azion di esso lo supera, e gli communica la velocità, per cui gli fa descriver qualche spazio. Questo spazio, percorso dal piede dritto, lo fa inclinare, e perciò la sua cima si discosterà dall' altro, ed allargandosi la corda di esso si dovrà lesionar nella cima, e nelle sue quarte parti (*b*): queste lesioni saran divergenti nel perimetro dell' arco, ed irregolarmente convergenti al di sopra, secondo le forme vacue, che incontrano, e le sue parti deboli. Si distinguono queste lesioni da quelle prodotte dalla mancanza del pedamento nel numero di esse, poichè per la mancanza del pedamento si lesiona nella parte opposta del centro di moto, ovvero da sopra ad esso, allorchè vi è la continuazion dell' edificio, e per lo sforzo si lesiona nel vertice, e nelle quarte parti. Il pilastro deesi considerare o isolato, o allegato ad altre reazioni, nel primo caso ne risulterà lo strapiombo di esso, nel secondo caso si lesioneran le parti adjacenti ad esso; se vi son forme vacue, gli effetti saran della medesima maniera, come se gli archi delle dette forme vacue non fossero riagiti dal pilastro, giacchè tanto vale il tirare un corpo, che urtarlo. Per adattare il tutto alla pratica si è stimato di formare un taglio prospetico di un tempio, nel quale si osservano le lesioni, che possono accadere non solo a riguardo delle semplici volte, m' ancor cagionate dall' urto di esse. La Cupola P, non potendo soffrire il peso del suo finimento O, si lesionerà in p, n, o, che

Tav. VIII. Fig. 81.

(a) *Avvert. probl.* 8. *Cap.* 3.
(b) *Loc. cit.*

che ſon gli archi delle forme vacue (*a*), queſte ſaran divergenti ne' notati punti, e verticalmente ſi eſpanderan nel vertice O. Il tamburro ſottopoſto ad eſſa può eſſer dotato non ſolo di egual numero di forme vacue, m'anche del duplo di quelle, che ſon nella Cupola; nel primo caſo il moto communicandoſi nel tamburro, e trovando le medeſime interruzioni, e le ſteſſe ſolidità ſottopoſte a medeſimi generi, le leſioni ſi genereranno nelle forme vacue ſottopoſte a quelle della Cupola, le quali tenderan nel medeſimo vertice, come ſarebbe q, nel fineſtrone F. Nel ſecondo caſo rattrovandoſi le forme vacue E, G, ſottopoſte alla ſolidità della Cupola, il moto, che per mezzo di tali ſolidità ſi communica nel tamburro ſottopoſto, non trovandolo capace alla reſiſtenza ſi leſionerà ne' punti i, m, con direzioni verſo quelle generate ne' fineſtroni della Cupola; poichè l'urto delle parti ſolide della Cupola, non incontrando fermezza nelle parti ſottopoſte, agiranno nella medeſima direzione, e perciò ſi riſentiran le parti deboli ſotto di eſſe, che ſono i punti notati. Queſte iſteſſe leſioni verticali avendo cauſa perenne, come quella dello sforzo della Cupola, ſi eſtenderan ne' vertici, o proſſimi a queſti, degli arconi, che la ſoſtengono, e finalmente coll'avanzarſi queſte potrà eſſer cagione della ruina. Eſſendo la Cupola, ed il tamburro ſoſtenuto da quattro archi, ſe queſti non ſon della ſolidità a poterne ſoſtenere un tal peſo, ſi ſpezzeran ne' luoghi b, c, d, ed allo ſpeſſo nè ſaran prive le cime da tali leſioni (*b*). Poggiando tali archi su de' pilaſtri A, B, C, D, e queſti per mancanza di ſolidità non poteſſero ſoffrirne lo sforzo; ſe ſono iſolati s' inclineranno; e nel perimetro degli archi ſi genereranno le leſioni; ſe ſono allegati con altri archi, appariranno le leſioni g, h, in eſſi;

(a) *Avvert.* 3. *Cap.* 9.
(b) *Probl.* 2., *ed Avvert.* 2. *Cap.* 5.

essi; e finalmente, se son con altri pareti allegati, si distaccheranno i pilastri da essi, per le ragioni di sopra espresse.

Spesso avviene, che forman de' sotterranei voti ne' Tempj, come sarebbe Q; in guisa che i pilastri rimangono scoverti fino al pavimento di essi. Questi tali pilastri, come son di maggiori altezze, e sforzati nommen dalli archi e volte superiori, m' ancor dagli archi, e volte de' sotterranej, che li spingono nelle medesime direzioni, se que' non son di resistenza, come si è esposto nell' Avvert. IV. probl. III. Cap. V., si lesioneranno i luoghi adjacenti a detti pilastri, gli archi superiori, ed inferiori, e volta del sotterraneo, e progressivamente si dirigeran le lesioni verso il commun punto O. Si rendano eziandio deboli i pilastri, se in que' vi si formeranno voti per andare in qualche luogo, poichè se saran proporzionati tali pilastri a poter resistere a' sforzi soprapposti, rendendoli di minor solidità per tali voti, non saran di ostacolo alle calcolate potenze, o sforzi.

Esame delle quarte Cagioni.

Della medesima natura son le lesioni, che hanno origini dalla cattiva costruttura degli edificj, o dalla di loro antichità. La cattiva struttura riguarda non solo a ciascun componente, m' anche al tutto; e l' antichità dipende dalla cattiva composizion del glutine, dalla quale per cagion del tempo ne vien la soluzione di esso (a). Gli effetti, che da tali cause si producono, saran rotture irregolari de' componenti, curvamento nell' altezza dell' edificio, e sfacelo universale. Le pietre malamente disposte, ed irregolarmente lavorate, coll' esser caricate dalle altre per l' innalzamento dell' edificio, e non potendo la coesion di

Kk

(a) *Cap. 5. lib. 1.*

di esse soffrire il dato peso, si rompono (a); descrivendo queste un qualche spazio, le altre superiori per la medesima ragione l'occuperanno, donde ne avvengon le irregolari lesioni; e lo schiacciamento de' particolari componenti. Nelle volte poi la mala coordinazion de' componenti produce i medesimi effetti, poichè ciascun di esso non agisce secondo la natura della volta, ed il perturbamento della communicazion de' moti incontrando parti da non poter riagire si rompono. Dall'antichità medesima, e dalla cattiva preparazion del glutine ne avviene, che una volta di un edificio, dopo esser stata per qualche tempo priva di lesione, indi si fende; poichè la natural soluzion de' componenti, minorando la forza morta della volta, la rende inatta a poter soffrire il peso, che li sovrasta.

Sciogliendosi poi il glutine per le cause esposte di sopra, le parti non oprando con forza morta, ma riducendosi ad agir con forza viva: ciascun componente esercitarà la sua forza assoluta, e si communicherà a' componenti sottoposti; e questi o per la di loro irregolarità, per cui si perturbano le direzioni perpendicolari, curveranno l'altezza dell'edificio; o per le azioni delle contignazioni, per le quali viene sforzato obbliguamente il parete, e per una tale separazion di parti si curverà l'altezza, dacchè ne avverranno le irregolari lesioni, e perciò lo sfacelo universale.

Esame delle quinte, e seste Cagioni.

Dalla evaporazion dell'umido, e dell'aere ne risulta la compattezza della fabbrica (b), ond'essendo il peso della fabbrica disseccata minor di quella, che nell'atto si costruisce, il volume di essa deesi restringere, che volgarmente dicesi *rassetto*. Da ciò ne avviene, che tutti gli edificj, che si co-

(a) *Avvert.* 2. *Probl.* 11. *Cap.* 4.
(b) *Cap.* 5. *lib.* 1.

ſi coſtruiſcono allegati ad altri antichi, debbonſi diſtaccare; e ſi formeranno in detti luoghi leſioni capillari; tali leſioni capillari appariranno ancora negli edificj, che ſi coſtruiranno interrottamente, unendo le parti di eſſi verticalmente, e non a ſtrati. Nelle Volte ſi paleſeranno anche ſimili leſioni ne' vertici di eſſe, le quali dipendon dal non dar tempo a' piedi dritti per lo di lor raſſetto, e reſtringendoſi il volume di entrambi ſi diſtaccheran le parti nel mezzo delle Volte. Queſte leſioni, abbenchè non ſien da temerſi, pur tuttavia cagionano minor durata nell' edificio; poichè ſe le parti operano con forza morta relativa al tutto, nel caſo che non vi ſien tali leſioni; nell' altro poi ſi diſtribuirà il tutto in alcune parti maggiori de' componenti, che agiranno con forza viva.

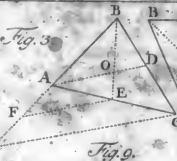
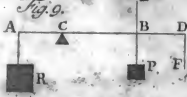
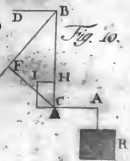
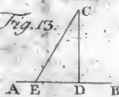
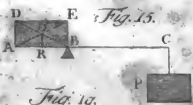
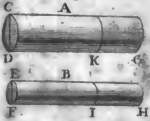
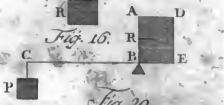
Delle medeſime nature ſaran le leſioni, generate dall' aſpetto maggiore, o minore, che avran le parti di un edificio a quello del ſole; poichè raſſettandoſi in minor tempo le prime, che le ſeconde, quelle ſi tireran queſte, ed in quei luoghi di minore aſpetto accaderan le leſioni capillari; come ſovente accade nelle cupole, o altre fabbriche rotonde, che ſono eſpoſte al giro del ſole.

Dall' eſpoſte cagioni delle leſioni ſe ne deduce, che le mancanze degli edificj non ſi trovino immediate ſotto le leſioni, come taluni han creduto, ma o nelle parti framezzate alle leſioni, o nelle parti oppoſte, come di ſopra ſi è dimoſtrato; i puntelli poi, che aſſicuron le parti diſtaccate, debbonſi porre ne' luoghi di mancanza, cioè nel primo caſo ſituar ſi debbon ne' luoghi medj, e nel ſecondo caſo nelle parti oppoſte.

Altre ſtravaganti leſioni ſi poſſon vedere negli edificj, ſecondo la diſpoſizion di eſſi, la di loro diſtribuzione, e reazioni che s' incontrono nelle parti, delle quali a ben riflettere, ogni accurato profeſſore ne troverà la cagione eſſere una di queſte eſpoſte. Per la riparazion dell' edificio dee prima l' Architetto aſſicurarlo con cataſte, e puntel-

telli (*a*) in que' luoghi , ove le parti dell' edificio han descritto spazio nell' aere , o sia nell' ultime parti dell' edificio prive di ostacolo , poichè non vi può esser mancanza sotto le parti distaccate , come dalle dimostrate teorie si è dedotto ; ed indi si debbon rifar le parti patite secondo le teorie , esposte nella presente opera , adattandole a' luoghi , alle circostanze , che concorrono , ed agl' usi ; dipendendo ciò dalla prudenza , accortezza , perspicacia , ed avvedutezza di un esperto , e dotto professore ,

F. I N E.

(a) *Corol.* 2. *Teor.* 2. *Cap.* 4.

Tav. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 13.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 19.
Fig. 20.

Tav.: II.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 35.
n. 3.
n. 1
n. 2
n. 4.

Tav. III.
Fig. 39.
Fig. 40
Fig. 42.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 51.

IV.
Fig. 56.
K
I
H
b
M
N
G
c
S
C
d
n
L
A
O
B
m
e
P
T
P
F
R
E
h
g
X
G
Fig. 59.
D
V
V
E
A
S
G
C
F
S
B
T
H
I
M
E
D
B
Fig. 55.
A
B
C
D
E
P
P
R
R

...u. V.
...g. 57.
L
N
P
K
R
I
M
g
n
p
c
s
i
m
D
E
r
d
G
T
V
C
B
O
b
c
A
F
f
a
Fig. 60.
H
G
B
E
I
M
a
b
A
D
L
K
C
F

Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 68.

VII.
Fig. 76.
E
C
B
G
D
A
F
Fig. 75.
n.2
E
K
B
P
L
I
T
S
R
D
A
G
O
H
C
F
Q
M
N
C
F
B
a
H
C
G
F
B
Fig. 78.
F
E
C
D
K
I
B
H
A

Tav. VIII.
Fig. 81.
P
p
o
n
H
i
m
x
E
F
G
a
b
c
d
e
g
h
B
C
A
D
Q